

# BỒI DƯỠNG NĂNG LỰC GIẢI TOÁN SỐ HỌC CHO SINH VIÊN THÔNG QUA DẠY HỌC MÔN SỐ HỌC Ở TRƯỜNG SƯ PHẠM

TS. LÊ XUÂN TRƯỜNG\*

**M**ôn Số học trong chương trình đào tạo sinh viên (SV) cao đẳng sư phạm toán là môn học khá cụ thể, chi tiết, nhưng cũng rất trừu tượng. SV khi học tập môn này gặp rất nhiều khó khăn, bởi lẽ trong chương trình phổ thông, những kiến thức số học chỉ đưa vào một cách có hệ thống ở lớp 6 cấp THCS, không đưa vào chương trình chính khóa cấp THPT. Do vậy, khi vào học cao đẳng, phần lớn SV quên nhiều kiến thức và mắc sai lầm khi giải toán. Việc nghiên cứu để tìm ra các biện pháp bồi dưỡng năng lực giải toán số học cho SV sư phạm toán hệ cao đẳng là vấn đề cấp thiết.

## 1. Một số đặc điểm của bài tập (BT) số học theo chương trình phân môn số học ở trường sư phạm

1) **BT vừa mang tính lí thuyết trừu tượng**, vừa mang tính cụ thể, gắn với thực tế đời sống. Giải quyết những dạng BT này nhiều SV thấy không tự tin. Nguyên nhân có thể là do SV chưa nắm vững kiến thức toán cao cấp đã được học trước đó.

**Ví dụ 1:** Chứng minh các mệnh đề sau là tương đương:

a) Mọi bộ phận khác rỗng của tập số tự nhiên  $N$  đều có số lớn nhất.

b) Mọi bộ phận khác rỗng của tập số tự nhiên  $N$  đều có số nhỏ nhất.

**Chứng minh:** a)  $\Rightarrow$  b) Giả sử  $M$  là một bộ phận của  $N$  sao cho  $M \neq \emptyset$ . Xét tập  $M' = \{x \in N | \forall m \in M, x < m\}$ . Nếu  $M' = \emptyset$  thì  $0 \in M$  là phần tử bé nhất của  $M$ . Nếu  $M' \neq \emptyset$  thì  $M'$  có phần tử lớn nhất là  $\alpha$ . Khi đó, phần tử liền sau của  $\alpha$  là phần tử bé nhất của  $M$ .

b)  $\Rightarrow$  a) Giả sử  $M$  là một bộ phận của  $N$  sao cho  $M \neq \emptyset$ ,  $M$  bị chặn trên bởi  $\alpha$ . Nếu  $\alpha \in M$  thì  $\alpha$  là phần tử lớn nhất của  $M$ . Nếu  $\alpha \notin M$ , ta xét tập  $M' = \{y \in N | \forall x \in M, x < y \leq \alpha\}$  thì  $M'$  ắt có phần tử bé nhất  $m$  sao cho:  $\forall x \in M, x < m$ . Khi đó, phần tử trước  $m$  chính là phần tử lớn nhất của  $M$ .

2) **BT số học vừa đòi hỏi suy luận logic chặt chẽ**, vừa đòi hỏi tính toán chính xác. Đặc điểm này ở

toán số học yêu cầu cao hơn ở một số môn sơ cấp khác. Từng bước suy luận không thể là một biểu thức từ "trên trời" rơi xuống mà phải có luận giải xác đáng. Ngay cả trong tính toán cũng cần xuất phát từ các quy tắc, công thức, các định lí đã học.

**Ví dụ 2:** Chứng minh rằng với mọi số tự nhiên  $m > 2$ , tồn tại ít nhất số nguyên tố  $p$  sao cho  $m < p < m!$ . Từ đó suy ra rằng có vô số số nguyên tố.

**Giải:** Vì  $m > 2$  nên  $m! - 1 > 1$ . Do đó, theo định lí cơ bản, tồn tại số nguyên tố  $p$  sao cho  $p | m! - 1 \Rightarrow p \leq m! - 1 < m!$ . Giả sử  $p \leq m \Rightarrow p | m!$ . Từ đây, ta suy ra  $p | 1$ , vô lí. Do đó,  $p > m$ . Vậy, tồn tại số nguyên tố  $p$  sao cho  $m < p < m!$ .

Giả sử có hữu hạn số nguyên tố là  $p_1, p_2, \dots, p_k$  được xếp theo thứ tự tăng dần. Khi đó, tồn tại số nguyên tố  $p$  sao cho  $p_k < p < p_k!$ . Chứng tỏ  $p_k$  không phải là số nguyên tố lớn nhất. Vì không có số nguyên tố lớn nhất nên tập hợp số nguyên tố là vô hạn.

3) **Số lượng BT nặng về sử dụng các thao tác tính toán** trên cơ sở áp dụng các định lí, tính chất, công thức chiếm số lượng khá lớn trong phân môn số học.

**Ví dụ 3:** Tìm số dư trong phép chia:  $(2013^{2013} + 2013)^{2013}$  cho 7.

**Giải:** Theo định lí Fermat, ta có:  $2013^6 \equiv 1 \pmod{7}$ . Do đó:  $2013^{2013} \equiv 2013^3 \pmod{7}$ . Mặt khác:  $2013 \equiv 4 \pmod{7}$ , suy ra  $2013^3 \equiv 4^3 \pmod{7} \equiv 1 \pmod{7}$ . Từ đó:  $2013^{2013} + 2013 \equiv 2014 \pmod{7} \equiv 5 \pmod{7}$ . Như vậy:  $(2013^{2013} + 2013)^{2013} \equiv 5^{2013} \pmod{7}$ . Theo định lí Fermat:  $5^6 \equiv 1 \pmod{7}$ ; suy ra  $5^{2013} \equiv 5^{6 \cdot 335 + 3} \equiv 5^3 \pmod{7} \equiv 6 \pmod{7}$ . Vậy, ta có:  $(2013^{2013} + 2013)^{2013} \equiv 6 \pmod{7}$  nên số dư  $r = 6$ .

4) **Dạng BT toán phải sử dụng phép chuyển đổi từ ngôn ngữ thông thường sang ngôn ngữ toán học** là dạng toán gây khó khăn cho SV trong quá trình thực hiện. Để làm được điều này, SV không chỉ cần nắm vững ngôn ngữ toán học trong môn học mà còn phải nắm vững các tính chất, công thức, định lí liên quan khi chuyển đổi.

\* Trường Đại học Đồng Tháp

2. Những biểu hiện của năng lực giải BT toán số học theo chương trình phân môn Số học ở trường sư phạm

1) **Năng lực huy động, vận dụng các tính chất, công thức, định lí vào việc giải quyết nhanh và chính xác các BT tính toán.** Trong phân môn số học, một số tính chất của các phép toán, của ước chung lớn nhất (ƯCLN), bội chung nhỏ nhất, tính chất của đồng dư thức và các công thức, định lí là cơ sở để giải trực tiếp các dạng BT tính toán. Do vậy, SV cần có năng lực huy động, vận dụng các kiến thức thích hợp vào quá trình tính toán giúp cho việc giải BT được nhanh hơn, chính xác hơn.

**Ví dụ 5:** Tìm số nguyên  $x$  sao cho  $\frac{5x+2}{7}$  là một số nguyên.

Nếu giải theo cách thông thường, để  $\frac{5x+2}{7}$  là một số nguyên thì  $5x+2=7y \Leftrightarrow 5x-7y=-2$ . Đến đây phải giải phương trình điôphăng bậc nhất hai ẩn khá dài và mất nhiều thời gian. Nhưng nếu biết huy động các tính chất của đồng dư thức, bài toán sẽ trở nên đơn giản hơn.

Theo đó, để  $\frac{5x+2}{7}$  là một số nguyên thì  $5x+2 \equiv 0 \pmod{7} \Leftrightarrow 5x \equiv -2 \pmod{7} \Leftrightarrow 5x \equiv 5 \pmod{7} \Leftrightarrow x \equiv 1 \pmod{7} \Leftrightarrow x = 1 + 7t$ , với  $t \in \mathbb{Z}$ .

2) **Năng lực trình bày lời giải bài toán số học một cách chặt chẽ, có cơ sở lí luận.** Biểu hiện của năng lực này là khi trình bày lời giải một bài toán số học (có thể là bài toán chứng minh hay tính toán) đều cần có căn cứ cho từng bước suy luận. Do thói quen từ phổ thông, SV thường không trình bày cơ sở suy luận. Chẳng hạn, với  $n$  là số nguyên thì  $[n(n+1)]^2$  chia hết cho 4 được SV coi như hiển nhiên đúng mà không có lí giải gì thêm, điều này không chặt chẽ. Ví dụ sau đây cho thấy việc giải bài toán số học cần kèm theo cơ sở lí luận khi trình bày.

**Ví dụ 6:** Tìm hai số tự nhiên  $a, b$ , biết rằng  $7a = 11b$  và  $\text{ƯCLN}(a, b) = 45$ .

SV thường giải như sau: Vì  $\text{ƯCLN}(a, b) = 45$  nên  $a = 45a_1$ , và  $b = 45b_1$ ; trong đó,  $\text{ƯCLN}(a_1, b_1) = 1$ . Do  $7a = 11b$  nên  $7 \times 45a_1 = 11 \times 45b_1$ , suy ra  $7a_1 = 11b_1$ . Các bước giải đến đây cơ bản là chặt chẽ. Nhưng đáng tiếc là có SV lại chọn  $a_1 = 11$ ;  $b_1 = 7$ ; điều này chưa có cơ sở lí luận. Để giải bài toán, ta cần lí luận như sau: vì  $7a_1 = 11b_1$ , nên  $\frac{a_1}{b_1} = \frac{11}{7}$ ; mặt khác, do

$(a_1, b_1) = 1$  và  $\text{ƯCLN}(7, 11) = 1$  nên các phân số  $\frac{a_1}{b_1}$

và  $\frac{11}{7}$  là phân số tối giản. Lại có:  $\frac{a_1}{b_1} = \frac{11}{7}$  nên  $a_1 = 11$  và  $b_1 = 7$ . Từ đó, suy ra:  $a = 11 \times 45 = 495$ ;  $b = 7 \times 45 = 315$ .

3) **Năng lực tư duy sáng tạo của SV trong quá trình giải các BT số học.** Biểu hiện của năng lực này là khi giải các loại BT số học, người học cần tìm được nhiều cách giải cho cùng một bài toán nhằm lựa chọn được cách giải tối ưu nhất.

**Ví dụ 7:** Chứng minh rằng:  $A(n) = n(n+1)(2n+1)$  chia hết cho 6, với mọi  $n$  là số tự nhiên.

Đối với bài này có 3 cách chứng minh.

**Cách 1:** Phương pháp phân tích để sử dụng các kết quả cơ bản (chẳng hạn: tích của  $n$  số nguyên liên tiếp thì chia hết cho  $n$ ). Ta có:  $A(n) = n(n+1)[(2n-2)+3] = 2n(n-1)(n+1) + 3n(n+1)$ . Do  $n(n-1)(n+1)$  chia hết cho 3 (tích của 3 số tự nhiên liên tiếp) nên  $2n(n-1)(n+1)$  chia hết cho 6. Ta cũng có:  $n(n+1)$  chia hết cho 2 nên  $3n(n+1)$  chia hết cho 6. Vậy:  $A(n) = n(n-1)(n+1) + 3n(n+1)$  chia hết cho 6 với mọi  $n$  là số tự nhiên.

**Cách 2:** Sử dụng định lí phép chia có dư, ta có:  $n(n+1)$  chia hết cho 2; ta cần chứng minh  $n(n+1)(2n+1)$  chia hết cho 3 (vì  $6 = 2 \times 3$ , trong đó  $\text{ƯCLN}(2; 3) = 1$ ). Với mọi  $n$  là số tự nhiên,  $n$  luôn có dạng:  $3k+r$ , với  $0 \leq r < 3$ .

- Với  $r = 0$ ,  $n = 3k$  chia hết cho 3 nên  $A(n)$  chia hết cho 3.

- Với  $r = 1$ ,  $n = 3k+1$ ;  $n+1 = 2(3k+1)+1 = 3(2k+1)$  chia hết cho 3 nên  $A(n)$  chia hết cho 3.

- Với  $r = 2$ ,  $n = 3k+2$ , ta có:  $n+1 = 3k+2+1 = 3(k+1)$  chia hết cho 3 nên  $A(n)$  chia hết cho 3. Vậy,  $A(n)$  chia hết cho 3 với mọi số tự nhiên  $n$ .

**Cách 3:** Phương pháp quy nạp toán học:

- Với  $n = 0$ , khi đó:  $A(0) = 0$  chia hết cho 6 (đúng);

- Giả sử đúng với  $n = k > 0$ , tức là  $A(k) = k(k+1)(2k+1)$  chia hết cho 6.

- Ta phải chứng minh  $n$  đúng với  $(k+1)$ , nghĩa là  $A(k+1) = (k+1)(k+2)(2k+3)$  chia hết cho 6.

Thật vậy,  $A(k+1) = (k+1)(k+2)(2k+1) + 2(k+1)(k+2) = k(k+1)(2k+1) + 2(k+1)(2k+1) + 2(k+1)(k+2) = k(k+1)(2k+1) + 6(k+1)^2$ . Theo giả thiết quy nạp, ta có:  $k(k+1)(2k+1)$  chia hết cho 6 và  $6(k+1)^2$  chia hết cho 6. Tức là  $A(k+1)$  chia hết cho 6. Do đó,  $A(n)$  chia hết cho 6 với mọi số tự nhiên  $n$ .

**4) Năng lực chuyển đổi ngôn ngữ trong quá trình giải toán số học.** Biểu hiện ở năng lực này là SV biết chuyển đổi từ ngôn ngữ thông thường sang ngôn ngữ toán học; chuyển đổi giữa các ngôn ngữ toán học với nhau nhằm giúp cho quá trình giải toán dễ dàng hơn.

**Ví dụ 8:** Chứng minh rằng  $\frac{2a+11b}{19}$  là một số nguyên khi và chỉ khi  $\frac{5a+18b}{19}$  là số nguyên, với  $a, b \in \mathbb{Z}$ .

Ta chuyển đổi ngôn ngữ như sau:  $\frac{2a+11b}{19}$  là một số nguyên khi và chỉ khi  $(2a + 11b) : 19$  (chuyển từ ngôn ngữ thông thường sang ngôn ngữ lí thuyết chia hết). Mặt khác:  $(2a + 11b) : 19$  khi và chỉ khi:  $2a + 11b \equiv 0 \pmod{19}$  (chuyển từ ngôn ngữ lí thuyết chia hết sang ngôn ngữ đồng dư). Như vậy, bài toán trên có thể phát biểu bằng một bài toán tương đương sau: chứng minh rằng  $2a + 11b \equiv 0 \pmod{19}$  khi và chỉ khi  $5a + 18b \equiv 0 \pmod{19}$ . Bài toán sẽ được giải một cách dễ dàng nhờ tính chất của đồng dư thức. Thật vậy,  $2a + 11b \equiv 0 \pmod{19} \Leftrightarrow 10a + 55b \equiv 0 \pmod{19}$  (nhân hai vế với 5)  $\Leftrightarrow 10a + 36b \equiv 0 \pmod{19} \Leftrightarrow 5a + 18b \equiv 0 \pmod{19}$  (chia hai vế cho 2).

**5) Năng lực vận dụng kiến thức số học hiện đại vào việc tìm lời giải một số bài toán thi học sinh giỏi ở phổ thông.** Biểu hiện của năng lực này là SV sư phạm cần nắm được một số lí thuyết số học hiện đại, như: lí thuyết đồng dư, các hàm số số học để tiến hành các cách giải nhanh và ngắn gọn đề thi học sinh giỏi toán ở phổ thông.

**Ví dụ 9:** Tổng các chữ số của một số không thay đổi khi nhân số đó với 5. Chứng minh rằng số đó chia hết cho 9.

Để giải bài toán này, SV có thể dùng công cụ đồng dư. Gọi  $n$  là số đã cho, kí hiệu  $s(n)$  là tổng các chữ số của  $n$ . Khi đó, theo dấu hiệu chia hết cho 9, ta được:  $n \equiv s(n) \pmod{9}$  và  $5n \equiv s(5n) \pmod{9}$ . Theo giả thiết, khi nhân số đó với 5 thì tổng các chữ số vẫn không thay đổi nên:  $s(n) = s(5n)$ . Từ đây, suy ra:  $5n \equiv n \pmod{9} \Rightarrow 4n \equiv 0 \pmod{9}$ , mà  $\text{ƯCLN}(4; 9) = 1$  nên chia cả hai vế cho 4 ta được:  $n \equiv 0 \pmod{9}$ . Vậy,  $n$  chia hết cho 9.

Việc sử dụng kiến thức đồng dư trong bài toán này giúp SV trình bày lời giải ngắn gọn và dễ hiểu.

**3. Một số biện pháp bồi dưỡng năng lực giải toán số học cho SV ngành toán hệ cao đẳng sư phạm ở các trường sư phạm**

**Biện pháp 1: Thông qua việc nêu tình huống vận dụng, phân tích ý nghĩa của các công thức,**

**định lí trong quá trình giảng lí thuyết giúp SV vận dụng đúng vào từng trường hợp cụ thể để giải các BT số học.** Trong giờ dạy lí thuyết, nếu giảng viên (GV) chú ý đến vấn đề phân tích ý nghĩa của các định lí, công thức và nêu các tình huống vận dụng cho SV sẽ giúp các em dễ liên tưởng khi sử dụng các kiến thức đã học vào giải toán. Biện pháp này rất hữu hiệu trong việc giúp SV có thể phát hiện lời giải bài toán số học một cách nhanh chóng.

**Ví dụ 10: a)** Cho  $m$  là số tự nhiên lớn hơn 1,  $a$  là một số nguyên và  $a$  nguyên tố cùng nhau với  $m$  (định lí Ôle). Khi đó:  $a^{\phi(m)} \equiv 1 \pmod{m}$ .

**b)** Cho  $p$  là số nguyên tố,  $a$  là số nguyên,  $a$  nguyên tố cùng nhau với  $p$ , khi đó:  $a^{p-1} \equiv 1 \pmod{p}$  (định lí Fermat).

Nếu chỉ dừng lại ở mức độ phát biểu và chứng minh hai định lí này thì vấn đề sẽ khá đơn giản. Nhưng nếu GV phân tích ý nghĩa của hai định lí, nêu trường hợp vận dụng sẽ giúp SV giải toán dễ dàng hơn. GV có thể phân tích: ý nghĩa của hai định lí này là tìm được biểu thức số đồng dư với 1 để vận dụng vào tính toán. Do vậy, khi tìm số dư hay chứng minh một phép chia là chia hết, ta có thể tìm một biểu thức số đồng dư với 1, kết quả sẽ nhanh chóng hơn nhiều. Chẳng hạn khi chứng minh:  $2013^{1560} - 1$  chia hết cho 13, ta có  $2013^{12} \equiv 1 \pmod{13}$  (định lí Fermat), mà  $1560 = 12 \times 130$ , suy ra  $2013^{1560} \equiv 1 \pmod{13} \Leftrightarrow 2013^{1560} - 1 \equiv 0 \pmod{13}$  nên  $2013^{1560} - 1$  chia hết cho 13.

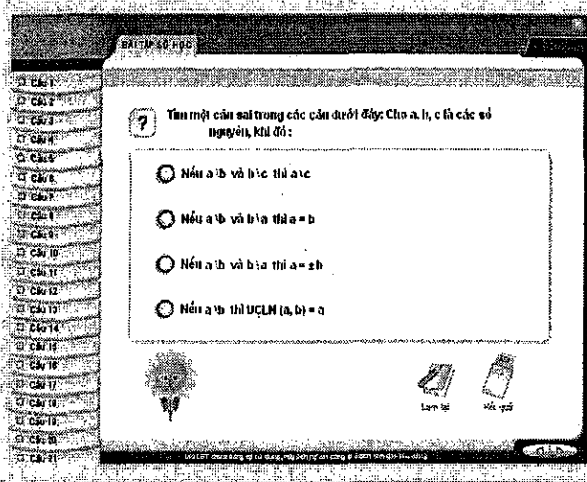
**Biện pháp 2: Sửa chữa những sai lầm thường mắc phải của SV trong quá trình giải toán số học** SV thường hay mắc sai lầm như tính toán sai, áp dụng công thức nhầm lẫn giữa các trường hợp. Chẳng hạn, khi áp dụng công thức của định lí Ôle hay định lí Fermat thường quên các điều kiện  $\text{ƯCLN}(a, m) = 1$ . Đối với những loại sai lầm này, GV chỉ cần lưu ý SV cẩn thận hơn trong tính toán và nhấn mạnh điều kiện của các công thức, định lí trong quá trình dạy học để có thể giảm bớt được sai lầm cho các em. Tuy nhiên một sai lầm khá "nghiêm trọng" của SV trong giải toán số học là khi trình bày lời giải, thường không xé đầy đủ các trường hợp, thiếu căn cứ suy luận, hiểu nhầm các bài toán cơ bản khi vận dụng.

Để khắc phục các sai lầm của SV, GV cần sưu tầm các sai lầm thường gặp của SV trong từng khóa hệ thống hóa lại thành tài liệu. Sau đó, giao cho SV khắc phục bằng cách giải lại những bài toán đó cho đúng. Qua đó, góp phần bồi dưỡng năng lực giải toán số học cho SV.

**Biện pháp 3: Giúp SV nắm chắc tri thức nội dung và tri thức phương pháp một cách có hệ thống nhằm tạo cơ sở vững chắc để SV tìm được**

**đường lối giải toán.** Một trong những điều kiện để SV tìm được lời giải một BT toán số học là các em phải nắm kiến thức một cách vững chắc. Trong quá trình dạy học, GV bộ môn có thể hướng dẫn cho SV tự hệ thống hóa các dạng tri thức này theo từng phần về lí thuyết, nhấn mạnh, hệ thống hóa các công thức quan trọng khi dạy trên lớp, giúp SV tự ôn tập tại nhà thông qua việc biên soạn câu hỏi trên phần mềm Violet mang lại hiệu quả thiết thực.

Bảng 1. Các câu hỏi và BT soạn trên phần mềm Violet giúp SV tự ôn tập kiến thức



Trong quá trình dạy học lí thuyết hay chứng minh các tính chất, định lí số học, GV cần kết hợp với việc truyền thụ tri thức phương pháp nhằm hỗ trợ SV khi tìm lời giải một bài toán.

**Ví dụ 11** (chứng minh tính chất của UCLN): Nếu  $UCLN(a, b) = 1$  thì  $UCLN(ac, b) = UCLN(c, b)$ . Chứng minh như sau: Giả sử  $\delta \in \mathbb{Z}$  và  $\delta \mid UCLN(ac, b)$ , suy ra  $\delta \mid ac$  và  $\delta \mid b$ . Khi đó:  $\delta \mid ac$  và  $\delta \mid bc$  nên  $\delta \mid UCLN(ac, bc) = c \cdot UCLN(a, b) = c$ . Ta có:  $\delta \mid c$  và  $\delta \mid b$  nên  $\delta \mid UCLN(c, b)$  (1).

Ngược lại, giả sử  $\delta \mid UCLN(c, b) \Rightarrow \delta \mid c$  và  $\delta \mid b \Rightarrow \delta \mid ac$  và  $\delta \mid b \Rightarrow \delta \mid UCLN(ac, b)$  (2). Từ (1) và (2) suy ra:  $UCLN(ac, b) = UCLN(c, b)$ .

Qua việc chứng minh tính chất trên, GV có thể rút ra cho SV tri thức phương pháp sau: Khi chứng minh hai UCLN bằng nhau  $d = d'$ , ta chỉ cần chứng minh  $\delta \mid d$ , suy ra  $\delta \mid d'$  và ngược lại. Ngoài ra, để chứng minh hai UCLN bằng nhau có thể dùng thuật toán Ocłit. Dựa vào tri thức phương pháp mà SV khi gặp bài toán: "Chứng minh rằng  $UCLN(3a + 5b, 8a + 13b) = UCLN(a, b)$ " sẽ dễ dàng tìm được hai cách chứng minh.

**Biện pháp 4: Bồi dưỡng cho SV năng lực giải toán số học liên quan đến kĩ năng nghề nghiệp thông qua việc cho SV tiếp cận với các chuyên đề bồi dưỡng học sinh giỏi phần Số học ở trường**

**phổ thông.** Khi tiếp cận với các chuyên đề này, không phải SV nào cũng hứng thú, nhất là đối với SV học yếu. Do vậy, GV cần sưu tầm từng phần nội dung ứng với từng phần học trong chương trình để SV được tiếp cận dần. Từ đó, SV sẽ có cơ hội được nâng cao dần năng lực giải toán số học liên quan đến kĩ năng nghề nghiệp của mình khi ra trường. Bởi vì tất cả các SV khi ra trường đều phải đáp ứng một chuẩn đầu ra nhất định theo quy định của khoa và của nhà trường.

Trong các chuyên đề, GV cần chia nhỏ nhiệm vụ và giao cho từng nhóm thực hiện, khai thác các cách giải và nạp lại sản phẩm cho GV. Mỗi nhóm một chuyên đề, đi sâu vào một khía cạnh nhỏ cho SV khái quát thành phương pháp, vận dụng vào các dạng toán bồi dưỡng học sinh giỏi ở THCS. Qua đó, SV sẽ nâng cao được năng lực giải toán Số học ở THCS.

**Ví dụ 12** (trích minh họa một vài ví dụ trong chuyên đề giao cho SV): Phương pháp chứng minh  $UCLN(a, b) = 1$  và áp dụng.

**Phương pháp 1:** Để chứng minh  $UCLN(a; b) = 1$ , ta làm như sau: Giả sử  $d \mid a$  và  $d \mid b$ , ta chứng minh  $d \mid 1$  suy ra  $d = 1$ .

Áp dụng vào bài toán chứng minh rằng phân số

$\frac{21n+4}{14n+3}$  tối giản: Để chứng minh phân số trên tối giản, ta chứng minh:  $UCLN(21n + 4, 14n + 3) = 1$ . Giả sử  $UCLN(21n + 4, 14n + 3) = d$ . Khi đó:  $d \mid (21n + 4)$  và  $d \mid (14n + 3) \Rightarrow d \mid 3(14n + 3) - 2(21n + 4) = 1 \Rightarrow d = 1$ .

Vậy, phân số  $\frac{21n+4}{14n+3}$  tối giản.

**Phương pháp 2:** Dùng tính chất  $UCLN(ka; kb) = k \cdot UCLN(a; b)$ .

Áp dụng vào bài toán sau: chứng minh rằng nếu  $UCLN(a, b) = 1$  thì  $UCLN(a + b; a - b) = 1$  hoặc  $UCLN(a + b; a - b) = 2$ .

Thật vậy, giả sử  $UCLN(a + b; a - b) = d$ , suy ra  $d \mid a + b$  và  $d \mid a - b$ . Do đó:  $d \mid 2a$  và  $d \mid 2b$ , suy ra  $d \mid UCLN(2a; 2b) = 2 \times UCLN(a, b) = 2$ . Suy ra:  $d = 1$  hoặc  $d = 2$ .

\*\*\*

Bồi dưỡng năng lực giải toán số học cho SV là vấn đề luôn được các nhà nghiên cứu quan tâm. Sẽ rất khó để có thể bồi dưỡng hết được tất cả các năng lực này cho SV. Bài viết chỉ đề cập một số thành tố năng lực giải toán số học và một số biện pháp bồi dưỡng năng lực giải toán số học cho SV trong quá trình dạy học; hi vọng rằng, sẽ là một tài liệu tham khảo hữu ích cho bạn đọc. □

(Xem tiếp trang 56)

thêm hai dòng lệnh in ra màn hình. Khi đó, chương trình in ra số các số dương và số các số âm trong mảng A là:

```

program Sum1b2;
uses crt;
const nmax=100;
type Myarray= array[1..Nmax] of integer;
var A: MyArray;
    n, i: integer;
    posi, neg: integer;
Begin
  clrscr; randomize;
  write( 'Nhap n=' );
  readln(n); {Tao ngau nhien mang gom n so
nguyen}
  for i:=1 to n do A[i]:=random(300)-
random(300);
  for i:=1 to n do write(A[i]:5); {in ra mang
vua tao}
  writeln;
  posi:=0; neg:=0;
  for i:= 1 to n do
  if A[i]>0 then posi:= posi + 1
  else if A[i]<0 then neg:= neg + 1;
  writeln('So cac so duong la: ', posi:4);
  writeln('So cac so am la : ', neg:4);
  readln
End.

```

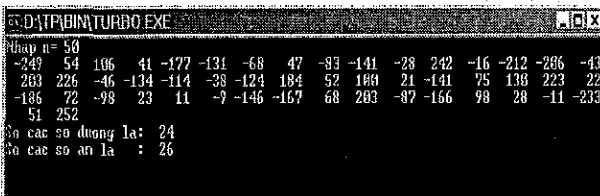
**Hoạt động của HS:** Thực hiện việc chèn thêm hai dòng lệnh in ra màn hình, kiểm tra lại và thực hiện chương trình.

**Hoạt động của GV:** Chạy chương trình, nhập số phần tử của mảng; ví dụ:  $n = 50$  thì chương trình sẽ đưa ra thông báo là:

So cac so duong la: 24

So cac so am la: 26

Kết quả của chương trình sẽ như hình 4 dưới đây:



Hình 4. Kết quả chương trình in ra số các số dương, số các số âm trong mảng A

**Hoạt động của HS:** Kiểm tra lại chương trình của mình lần cuối, lưu lại chương trình.

**Hoạt động của GV:** Giải thích ý nghĩa của các câu lệnh, quá trình hoạt động của chương trình để HS hiểu hơn rõ mục đích của BT đặt ra.

\*\*\*

Thông qua dạy học phần bài tập và thực hành phần kiểu mảng một chiều, ngoài việc rèn luyện kỹ năng thực hành tin học nói chung và kỹ năng lập trình trên ngôn ngữ Pascal nói riêng cho HS, chúng ta còn rèn luyện và nâng cao cho các em kỹ năng độc lập phân tích BT, kỹ năng hiểu, sửa, dịch và thực hiện

chương trình...; đặc biệt là khả năng phân tích và đánh giá kết quả của chương trình. Như vậy, HS sẽ dần hình thành, phát triển kỹ năng giải bài tập và thực hành tin học cho bản thân một cách tốt nhất; GV cũng cần có những phương pháp phù hợp để đưa ra các hoạt động dạy học nhằm giúp đỡ, động viên HS có niềm tin, ý thức kỷ luật, tính tự giác, tự lực, lòng say mê trong học tập. Khi đó, mới phát huy được tính tích cực hoạt động của HS và giờ học bài tập và thực hành tin học mới đạt hiệu quả, chất lượng cao. □

#### Tài liệu tham khảo

1. Hồ Sĩ Đàm (chủ biên). *Tin học 11*. NXB Giáo dục, H. 2006.
2. Trần Doãn Vinh (chủ biên). *Học tốt tin học 11*. NXB Đại học quốc gia TP. Hồ Chí Minh, 2007.
3. Trần Doãn Vinh. "Rèn luyện kỹ năng thực hành cho học sinh thông qua dạy học "Bài tập và thực hành 1" ở tin học 11". *Tạp chí Giáo dục*, số 291/2012.
4. Trần Doãn Vinh. "Một số lưu ý dạy học bài "Bài toán và thuật toán" ở trường trung học phổ thông". *Tạp chí Giáo dục*, số 180/2007.

#### SUMMARY

*In Science 11 program, students became familiar with the programming language Pascal - this is a high-level programming language. The question is how to promote positive activities of students through teaching and practice exercises, how to how to proceed. This paper attempts to partially solve the problem of this issue.*

## Bồi dưỡng năng lực giải toán...

(Tiếp theo trang 53)

#### Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Tiến Tài (chủ biên) - Nguyễn Hữu Hoan. *Giáo trình số học đào tạo giáo viên trung học cơ sở*. NXB Giáo dục, H. 1998.
2. Nguyễn Vũ Thanh. *Số học, chuyên đề bồi dưỡng chuyên toán*. NXB Cà Mau, 1993.
3. Nguyễn Văn Vinh. *23 chuyên đề giải 1001 bài toán sơ cấp*. NXB Giáo dục Việt Nam, H. 2011.

#### SUMMARY

*Fostering capacity to arithmetic is always the concern of teachers' colleges, it is more necessary than for training systems Secondary school teachers. Therefore, in the process of teaching arithmetic if there is reasonable measures to build the capacity for solving arithmetic, the student will contribute to improving the quality of teacher training in the current period. This article is brought out elements of arithmetic capacity to propose four measures and fostering this capacity efficiently and feasibility in arithmetic teaching in pedagogical schools today.*