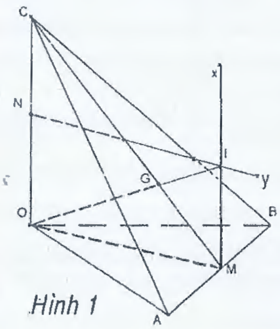
PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC TƯ DUY SÁNG TẠO CHO HỌC SINH KHÁ GIỎI THÔNG QUA DẠY HỌC BÀI TẬP HÌNH HỌC KHÔNG GIAN Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

TS. CAO THỊ HÀ*

Mục tiêu dạy học (DH) môn *Toán* ở trường phổ thông không chỉ nhằm cung cấp tri thức toán học cho học sinh (HS) mà còn rèn luyện cho các em các kĩ năng toán học và phát triển các năng lực tư duy, đặc biệt là năng lực tư duy sáng tạo (NLTDST). Đã có rất nhiều nghiên cứu về phát triển NLTDST cho người học trong DH toán ở trường phổ thông, trong đó các nghiên cứu tập trung chủ yếu vào việc rèn luyện cho học sinh (HS) biết nhìn vấn đề dưới nhiều góc độ khác nhau (nhằm rèn luyện tính mềm dẻo của tư duy); rèn luyện khả năng tìm kiếm nhiều lời giải cho một bài toán (BT) (tính mềm dẻo và tính nhuần nhuyễn của tư duy); rèn luyện khả năng phân tích BT để tìm lời giải đọc đáo (tính độc đáo của tư duy). Trong bài viết này chúng tôi đề cập đến việc phát triển NLTDST cho HS khá, giỏi thông qua DH bài tập hình học không gian (HHKG) ở trường trung học phổ thông (THPT).

1. Rèn luyện cho HS biết nhìn vấn đề dưới nhiều góc độ khác nhau

Trong quá trình DH môn *Toán*, cùng một nội dung có thể được thể hiện dưới nhiều hình thức khác nhau. Vì vậy, để góp phần phát triển NLTDST cho HS, GV cần rèn luyện cho các em biết nhìn BT đặt ra dưới nhiều góc độ khác nhau. Bởi nếu làm được điều này, HS sẽ có năng lực chuyển từ hoạt động trí tuệ này sang hoạt động trí tuệ trí tuệ khác; đồng thời, đưa ra cách giải quyết vấn đề một cách sáng tạo. Từ đó, rèn luyện được *tính mềm dẻo* của tư duy.



Hình 1

BT 1: Cho tam diện vuông OABC, vuông tại O. Gọi G là trọng tâm của tam giác ABC và I là tâm mặt cầu ngoại tiếp tam diện OABC. Chứng minh rằng O, G, I thẳng hàng (*hình 1*).

Phân tích: Thông thường, HS tiếp cận BT bằng cách sau: Để chứng minh ba điểm thẳng hàng, ta chứng minh ba điểm cùng nằm trên hai mặt phẳng phân biệt cắt nhau. Tuy nhiên, đối với BT này, việc chỉ ra O, G, I cùng thuộc hai mặt phẳng là khó khăn nhưng bằng sự linh hoạt trong giải toán, GV có thể hướng dẫn HS cách tiếp cận BT theo một khía cạnh khác. Gọi G' là giao của OI và mặt phẳng (ABC), ta sẽ chứng minh G' là trọng tâm của tam giác ABC.

Thật vậy, gọi M, N lần lượt là trung điểm của AB và OC. Từ M kẻ Mx//OC; từ N kẻ Ny//OM, gọi I là giao của Mx với Ny. Khi đó, tâm mặt cầu ngoại tiếp tam diện OABC là I. Do OI và CM cùng thuộc mặt phẳng (P) nên OI giao với MC tại G'. Suy ra G' chính là giao điểm của OI với mặt phẳng (ABC). Lại có: MI//OC, suy ra $\frac{MI}{OC}=\frac{G'M}{G'C}=\frac{1}{2}$. Do G' thuộc trung tuyến MC nên G' là trọng tâm của tam giác ABC. Từ đây ta có điều phải chứng minh.

Có thể nói, việc rèn luyện cho HS cách nhìn một vấn đề dưới nhiều góc độ khác nhau có ý nghĩa rất lớn trong việc phát triển NLTDST, giúp HS thấy được những khó khăn và thuận lợi trong từng cách nhìn để từ đó đưa ra cách giải mới.

2. Rèn luyện cho HS khả năng tìm nhiều lời giải khác nhau cho một BT

Để làm được điều này, GV cần tạo cho HS thói quen không chấp nhận một cách giải quen thuộc hoặc duy nhất, mà luôn suy nghĩ, tìm tòi và đề xuất nhiều cách giải khác nhau cho một BT. Muốn vậy, GV cần có sự định hướng cách phân tích BT cho HS. Bên cạnh đó, HS cần phải có sự nhuần nhuyễn, mềm dẻo linh hoạt trong tư duy khi sử dụng các kiến thức đã có, tập hợp nhiều cách giải khác nhau và tìm ra được phương án tối ưu. Thực hiện được biện pháp này sẽ góp phần rèn luyện *tính nhuần nhuyễn* - một trong những đặc trưng cơ bản của TDST.

BT 2: Cho tứ diện ABCD có AB = CD = a; AD = BC = b; AC = DB = c. Hãy tính thể tích của tứ diện theo a, b, c.

* Trường Đại học sư phạm, Đại học Thái Nguyên

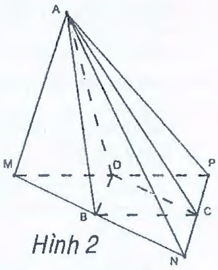
Trong chương trình **Hình học 11**, HS đã quen thuộc với công thức tính thể tích của một hình chóp là $V=\frac{1}{3}B.h$ (*). Nếu HS áp dụng công thức (*), các em sẽ gặp khó khăn trong việc tính đường cao của tứ diện. Vậy, đứng trước khó khăn đó ta sẽ giải quyết BT như thế nào?

Phân tích: Với BT này, GV có thể hướng dẫn HS xét BT theo các phương diện: - Nhìn tứ diện gần đều là một bộ phận của tứ diện vuông; - Nhìn tứ diện gần đều là một bộ phận của hình hộp; - Nhìn tứ diện gần đều là một tứ diện.

Như vậy, ta sẽ có các cách sau để giải BT:

Cách 1. Vấn đề đặt ra là ta xét xem tứ diện đã cho có liên quan gì đến tứ diện đều hay tứ diện vuông hay không.

Thật vậy, trong mặt phẳng (BCD), dựng tam giác MNP sao cho B, C, D lần lượt là trung điểm của MN, NP, MP (*hình 2*). Khi đó: AB = CD = $\frac{MN}{2} \Rightarrow \Delta MAN$ vuông tại A. Tương tự, ΔNAP, ΔMAP vuông tại A và $V_{ABCD}=\frac{1}{4}V_{AMNP}$. Tứ diện AMNP vuông nên ta có $V_{AMNP}=\frac{1}{6}AM.AN.AP$. Gọi độ dài 3 cạnh AM, AN, AP lần lượt là x, y, z.



Hình 2

Khi đó: $x^2 + y^2 = 4a^2$; $x^2 + z^2 = 4b^2$; $y^2 + z^2 = 4c^2$.

Giải hệ trên ta được: $\begin{cases} x=\sqrt{2(a^2+b^2-c^2)} \\ y=\sqrt{2(a^2+c^2-b^2)} \\ z=\sqrt{2(c^2+b^2-a^2)} \end{cases}$.

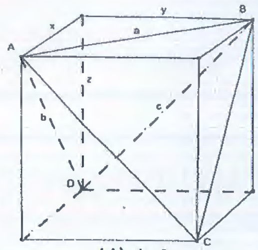
Vậy, $V_{AMNP}=\frac{1}{6}.\sqrt{2(a^2+b^2-c^2)}.\sqrt{2(a^2+c^2-b^2)}.\sqrt{2(c^2+b^2-a^2)}$.

Do đó: $V_{ABCD}=\frac{1}{6\sqrt{2}}.\sqrt{(a^2+b^2-c^2)}.\sqrt{(a^2+c^2-b^2)}.\sqrt{(c^2+b^2-a^2)}$.

Cách 2: Hình tứ diện và hình hộp có quan hệ mật thiết với nhau; nếu cho trước tứ diện, ta luôn có hình hộp ngoại tiếp tứ diện đó. Với tứ diện nội tiếp trong hình hộp, ta có: tứ diện đặt ở một góc của hình hộp có thể tích bằng $\frac{1}{6}$ thể tích của hình hộp và tứ diện tạo thành từ 6 đường chéo của 6 mặt hình hộp có thể tích bằng $\frac{1}{3}$ thể tích hình hộp. Trong trường hợp hình đã cho là hình hộp chữ nhật thì tứ diện tạo bởi 6 đường chéo của 6 mặt của hình hộp là tứ diện có các cặp cạnh đối bằng nhau. Do đó, ta tính thể tích của tứ diện ABCD thông qua thể tích hình hộp chữ nhật.

Trước hết, ta tính độ dài ba cạnh của hình hộp chữ nhật khi biết độ dài các cạnh của tứ diện ABCD.

Gọi độ dài ba cạnh của hình hộp chữ nhật là x, y, z. Khi đó:



Hình 3

$x^2+y^2=a^2$; $x^2+z^2=b^2$; $z^2+y^2=c^2$ (*hình 3*). Giải hệ 3 phương trình này ta được:

$x=\sqrt{\frac{(a^2+b^2-c^2)}{2}}; y=\sqrt{\frac{(a^2+c^2-b^2)}{2}}; z=\sqrt{\frac{(c^2+b^2-a^2)}{2}}$;

$V_{hh}=x.y.z=\frac{1}{2\sqrt{2}}.\sqrt{(a^2+b^2-c^2)}.\sqrt{(a^2+c^2-b^2)}.\sqrt{(c^2+b^2-a^2)}$.

Mặt khác: $V_{ABCD}=\frac{1}{3}V_{hh}$.

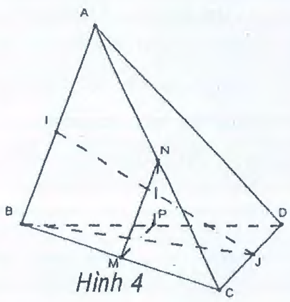
Vậy: $V_{ABCD}=\frac{1}{6\sqrt{2}}.\sqrt{(a^2+b^2-c^2)}.\sqrt{(a^2+c^2-b^2)}.\sqrt{(c^2+b^2-a^2)}$.

Cách 3. Do khi sử dụng công thức , HS gặp khó khăn trong việc tính toán thể tích tứ diện ABCD (*hình 4*). Vì vậy, HS có thể thiết lập một công thức khác thuận lợi hơn trong việc tính toán. Ta có:

$V_{ABCD}=\frac{1}{6}AB.CD.IJ.\sin\alpha$,

với IJ là đoạn vuông góc chung của AB và CD; $\alpha=(\widehat{AB;CD})$.

Vì tứ diện ABCD là tứ diện gần đều nên: AB = a = CD; DA = CB = b; AC = BD = c và đoạn vuông góc chung IJ nên I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Xét tam giác vuông AIJ có:



Hình 4

$JI^2=JA^2-IA^2$. Với:

$JA^2=\frac{AC^2+AD^2}{2}-\frac{CD^2}{4}=\frac{b^2+c^2}{2}-\frac{a^2}{4}$; $IA^2=\frac{a^2}{4}$;

$JI^2=\frac{b^2+c^2-a^2}{2}$. Gọi M là trung điểm của BC, từ M kẻ MN // AB; MP// CD => $\widehat{MNP}=\alpha$. Tương tự, tam giác MNP có MN = MP = $\frac{a}{2}$ và $NP^2=\frac{b^2+a^2-c^2}{2}$.

Suy ra: $\cos\alpha=\frac{|MN^2+MP^2-NP^2|}{2MN.MP}=\frac{|c^2-b^2|}{a^2}$ và

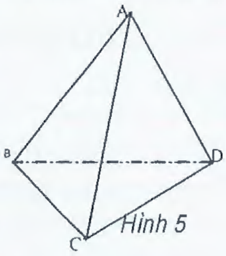
$\sin\alpha=\frac{\sqrt{a^2+b^2-c^2}.\sqrt{a^2+c^2-b^2}}{a^2}$.

Vậy, $V_{ABCD}=\frac{1}{6\sqrt{2}}.\sqrt{(a^2+b^2-c^2)}.\sqrt{a^2+c^2-b^2}.\sqrt{c^2+b^2-a^2}$.

3. Rèn luyện cho HS biết cách phân tích BT để tìm ra cách giải độc đáo

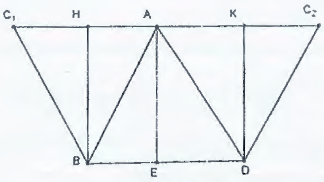
Một trong những khó khăn lớn nhất của HS khi giải các bài tập HHKG là sự khác nhau giữa kiến thức về hình học phẳng đã học ở lớp dưới với kiến thức về HHKG. Để giải quyết được khó khăn này, GV có thể hướng dẫn HS phân tích BT, tìm sự liên hệ với những kiến thức trong hình học phẳng đã biết, từ đó đưa việc giải quyết BT HHKG về BT hình học phẳng. Việc làm này không chỉ giúp người học tìm ra phương pháp giải BT mà còn rèn luyện *tính độc đáo* của tư duy.

BT 3: Cho hình tứ diện ABCD có diện tích ba tam giác ABC, ACD, ABD bằng nhau và tổng của ba góc phẳng góc tam diện đỉnh A bằng 180° (*hình 5*). Chứng minh rằng tứ diện đã cho có các cặp cạnh đối diện bằng nhau từng đôi một.



Hình 5

Chứng minh: Xét trong mặt phẳng (ABD), quay các tam giác ABC, ADC lần lượt quanh các trục AB, AD đến nằm trên mặt phẳng (ABD) sao cho D, C_1 nằm khác phía của đường thẳng AB; các điểm B, C_2 nằm khác phía của đường thẳng AD (*hình 6*).



Hình 6

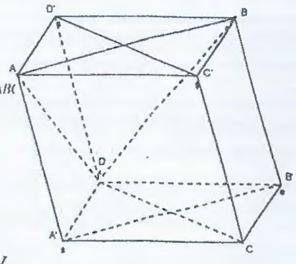
Khi đó: $AC_1 = AC_2 = AC$; $\widehat{BAC} = \widehat{BAC_1}$; $\widehat{DAC} = \widehat{DAC_2}$. Theo giả thiết: ba góc phẳng góc tam diện đỉnh A bằng 180°, nên A, C_1, C_2 thẳng hàng. Gọi H, K lần lượt là hình chiếu vuông góc của B, D trên đường thẳng C_1C_2. Ta có: $S_{ABC_1} = S_{ADC_2}$ suy ra BH = DK; vì $AC_1 = AC_2$, đồng thời BH // DK nên tứ giác BDKH là hình chữ nhật và C_1C_2 // BD.

Kẻ đường cao AE của tam giác ABD. Khi đó: AE = DK = BH. Mặt khác $S_{ABD} = S_{ADC_2}$ nên $AE.BD = DK.AC_2$, suy ra $BD = AC_2$. Dẫn đến tứ giác $ABDC_2$ và $ADBC_1$ là những hình bình hành (có một cặp cạnh đối song song và bằng nhau). Vậy, $AB = DC_2$ (hay AB = CD); $AD = BC_1$ (hay AD = BC).

Để rèn luyện cho HS giải một số BT HHKG một cách *độc đáo* trong những trường hợp có thể, GV nên khuyến khích các em xem xét, phân tích BT để tìm ra những mối liên hệ trong những sự kiện bên ngoài tưởng như không có liên hệ với nhau. Chẳng hạn, nhìn bề ngoài thì tứ diện và hình hộp hiển nhiên không có sự liên hệ, các tính chất sẽ khác nhau nhưng trong thực tế, nhiều BT về tứ diện chúng ta có thể giải quyết thông qua hình hộp bởi vì bất cứ một tứ diện nào cũng có một hình hộp ngoại tiếp, được gọi là phương pháp lồng ghép.

BT 4: Cho tứ diện ABCD và d là khoảng cách giữa hai đường thẳng AB và CD, $\alpha = (\widehat{AB, CD})$. Chứng minh rằng: $V_{ABCD} = \frac{1}{6}d.AB.CD.\sin\alpha$.

Dựng hình hộp AC'BD'A'CB'D ngoại tiếp tứ diện ABCD (*hình 7*).



Hình 7

Ta có: $V_{AA'CD} = V_{BB'CD} = V_{DAA'B} = V_{C'ABC}$

Do đó: $V_{hh} = V_{ABCD} + 4V_{AA'CD}$.

Mặt khác: $V_{AA'CD} = \frac{1}{6}V_{hh} \Rightarrow V_{ABCD} = \frac{1}{3}V_{hh}$

Lại có: $V_{hh} = d.S_{A'B'C} = \frac{1}{2}d.A'B'.CD.\sin\alpha$, suy ra: $V_{ABCD} = \frac{1}{6}d.AB.CD.\sin\alpha$.

* * *

Trong DH toán ở THPT, HHKG là một nội dung toán học mang tính trừu tượng cao. Để học tốt nội dung này đòi hỏi HS phải có sự tư duy linh hoạt, óc phán đoán nhanh khi xử lí các hình vẽ. Vì vậy, GV cần có những phương pháp sư phạm phù hợp, giúp HS phát triển NLTDST thông qua việc giải các bài tập toán HHKG. ❑

(1) Nguyễn Bá Kim. **Phương pháp dạy học môn Toán.** NXB *Đại học sư phạm*, H. 2004.

(2) Trần Luận. "Dạy học sáng tạo môn Toán ở trường phổ thông". Tạp chí *Nghiên cứu giáo dục*, số tháng 3/1995.

(3) Tôn Thân. *Xây dựng hệ thống câu hỏi và bài tập nhằm bồi dưỡng một số yếu tố của tư duy sáng tạo cho học sinh khá và giỏi ở trường trung học cơ sở Việt Nam.* Luận án tiến sĩ khoa học Giáo dục, Viện Khoa học giáo dục, 1995.

SUMMARY

The goal of teaching math in high school not only provides the mathematical knowledge but also to practice the skills and development thinking capacity, particularly the capacity of creative thinking for students. There have been many studies on creative thinking capacity development for the teaching of mathematics in school, in which the researchers focused mainly on: Students train to look at problems in different corners (to train flexible of thinking); training capable to find many solutions to a problem (to exercise flexibility and clever way of thinking); training ability to analyze problems to find a unique solution (to train the unique way of thinking). In this article we refer to the development of creative thinking capacity for learning through teaching assignments spatial geometry in high school.