

THIẾT KẾ TÌNH HUỐNG DẠY HỌC QUY TRÌNH XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN CỦA HÌNH CHÓP CẮT BỞI MỘT MẶT PHẶNG BẰNG PHÉP CHIẾU XUYÊN TÂM (HÌNH HỌC 11)

GS. TS. BÙI VĂN NGHI* - ThS. NGUYỄN TIẾN TRUNG**

Thống kê các sách giáo khoa, sách bài tập ban cơ bản và nâng cao trong chương trình **Hình học 11** (từ chương II trở đi), chúng tôi thấy, dạng toán xác định thiết diện của một hình cắt bởi một mặt phẳng chiếm một tỉ trọng khá lớn. Một số dạng toán khác như tính thể tích, tính diện tích cũng liên quan đến thiết diện; vì vậy, rèn luyện kĩ năng giải toán tìm thiết diện cho học sinh (HS) có một nhiệm vụ quan trọng trong dạy học môn *Hình học* ở lớp 11. Giáo viên (GV) có thể thiết kế các tình huống dạy học nhằm hình thành, rèn luyện kĩ năng giải các bài toán về xác định thiết diện, đặc biệt có thể trang bị quy trình xác định thiết diện cho HS. Các kết quả nghiên cứu cho thấy, có hai cách xác định thiết diện của hình chóp (hay rộng hơn là hình đa diện) cắt bởi một mặt phẳng, đó là: *phương pháp giao tuyến góc* và *phương pháp sử dụng phép chiếu xuyên tâm (PCXT)*. Trong tài liệu (1) đã trình bày về phương pháp giao tuyến góc, bài viết này chúng tôi đề xuất tình huống dạy học thuật giải xác định thiết diện của hình chóp bằng phương pháp sử dụng PCXT (phương pháp đường dóng).

1. Phép chiếu xuyên tâm trong không gian

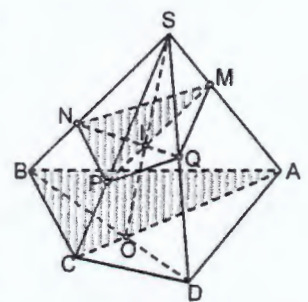
1) Định nghĩa. Trong không gian cho mặt phẳng (P) và một điểm S không thuộc mặt phẳng (P). Giả sử (H) là một đa giác phẳng. Phép biến hình biến mỗi điểm M thuộc (H) thành giao điểm M' của đường thẳng SM với mặt phẳng (P) gọi là phép chiếu xuyên tâm S lên mặt phẳng (P).

2) Tính chất: PCXT bảo toàn sự thẳng hàng của các điểm, bảo toàn sự liên thuộc. Ngoại trừ trường hợp đặc biệt, PCXT biến một tam giác thành một tam giác, biến ba điểm thẳng hàng thành ba điểm thẳng hàng và bảo toàn thứ tự giữa các điểm, biến một đường thẳng thành một đường thẳng... PCXT không bảo toàn khoảng cách giữa hai điểm nên không bảo toàn tính chất trung điểm của một đoạn thẳng, trọng tâm tam giác, biến một đường tròn không thành một đường tròn (trừ các trường hợp đặc biệt).

Dạng toán xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi một mặt phẳng chỉ sử dụng tới tính liên thuộc, thẳng hàng (được bảo toàn qua PCXT) nên ta có thể sử dụng PCXT để giải dạng toán này.

3) Ví dụ: GV lấy một ví dụ cụ thể để HS có thể hình dung về việc sử dụng PCXT trong giải toán.

Bài toán: Cho hình chóp S.ABCD với M thuộc SA, N thuộc SB, P thuộc SC (*hình 1*). Xác định giao điểm của SD và mặt phẳng (MNP).



Hình 1

Phân tích, tìm lời giải

bài toán: Giả sử mặt phẳng (MNP) cắt SD tại điểm Q. Gọi O là giao điểm hai đường chéo của tứ giác ABCD, I là giao điểm hai đường chéo của tứ giác MNPQ. Khi đó, ba điểm S, I, O thẳng hàng và nằm trên đường thẳng là giao tuyến của hai mặt chéo (SAC) và (SBD).

Từ đó, cách xác định điểm Q như sau: gọi O là giao điểm hai đường chéo của tứ giác ABCD; I là giao điểm của SO và MP; suy ra Q chính là giao điểm của SD và NI.

Khi đó, ta nói rằng tứ giác ABCD là ảnh của tứ giác MNPQ qua phép chiếu xuyên tâm S (nếu coi S là một bóng điện treo trên trần nhà, ta có thể coi tứ giác ABCD là bóng của tứ giác MNPQ trên nền nhà). Với phép chiếu này, tam giác MNP có ảnh là tam giác ABC; tạo ảnh của O là I; tạo ảnh của D là Q. Bài toán cho thấy: nếu biết tạo ảnh của một tam giác của một hình nào đó ta có thể suy ra nốt tạo ảnh của những yếu tố còn lại dựa vào tính liên thuộc, tính thẳng hàng trong hình đó.

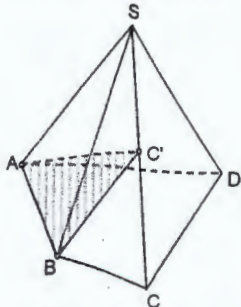
* Khoa Toán, Trường Đại học sư phạm Hà Nội

** Nhà xuất bản Đại học sư phạm

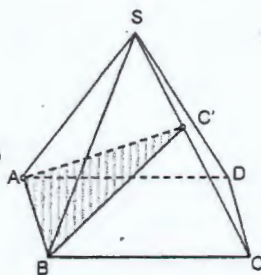
2. Quy trình xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi một mặt phẳng bằng PCXT

Hoạt động 1: Tình huống gợi vấn đề. GV đưa ra bài toán sau:

Bài toán 1: Cho hình chóp tứ giác $S.ABCD$ và điểm C' thuộc cạnh SC . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (ABC') trong các trường hợp sau: a) AB không song song với CD (hình 2); b) Tứ giác $ABCD$ là hình bình hành (như hình 3).

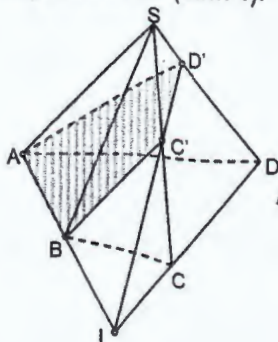


Hình 2

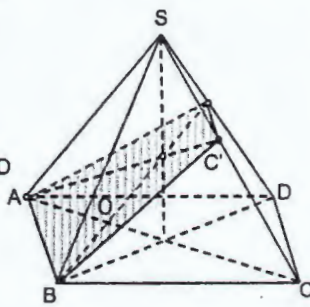


Hình 3

Hướng dẫn: Với câu a), ta có thể xác định thiết diện bằng phương pháp giao tuyến gốc: Gọi I là giao điểm của AB và CD , gọi D' là giao điểm của IC' và SD . Thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (ABC') là tứ giác $ABC'D'$ (hình 4).



Hình 4



Hình 5

Với câu b), HS không giải được theo cách của câu a); tình huống mới nảy sinh và cần tìm cách giải khác. Coi $ABCD$ là ảnh của thiết diện qua PCXT S ; ảnh của A, B, C' qua phép chiếu này lần lượt là A, B, C . HS cần tìm tạo ảnh của D .

Gọi O là giao điểm hai đường chéo của tứ giác $ABCD$ thì tạo ảnh của O là giao điểm của SO và AC' . Dẫn đến tạo ảnh của đường thẳng BD là đường thẳng BI (với I là giao điểm của 2 đường thẳng SO và AC'). Từ đó suy ra tạo ảnh của D là giao điểm D' của BI và SD . Ta được thiết diện là tứ giác $ABC'D'$ (hình 5).

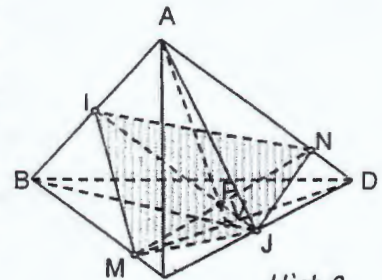
Bài toán 2: Cho tứ diện $ABCD$. Gọi I, J lần lượt là trung điểm AB, CD . Lấy điểm M bất kì trên cạnh BC . Xác định thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (MIJ) .

Hướng dẫn:

Bước 1: Tam giác nào thuộc thiết diện đã có ảnh xác định qua PCXT A ? (hình chiếu của tam giác MIJ là tam giác MJB , ta gọi tam giác này là tam giác cơ sở).

Bước 2: Gọi V là giao điểm của MD và BJ , hãy xác định tạo ảnh của V (nói AV cắt IJ tại P thì P là tạo ảnh của V).

Bước 3: Xác định tạo ảnh của đường thẳng MD và điểm D (tạo ảnh của đường thẳng MD là đường thẳng MP , tạo ảnh của D là giao điểm N của AD và MP).



Hình 6

Bước 4: Xác định thiết diện của tứ diện $ABCD$ cắt bởi mặt phẳng (MIJ) (thiết diện là tứ giác $MINJ$) (hình 6).

Hoạt động 2: Đề xuất quy trình xác định thiết diện bằng phương pháp sử dụng PCXT (tình huống giao tiếp). Trong tình huống này, HS có thể trao đổi, thảo luận để đề xuất các quy trình khác nhau, sau đó kiểm nghiệm tính đúng đắn, tính khả thi của mỗi quy trình. Cuối cùng, GV có thể hợp thức hoá thành một quy trình gồm 3 bước như sau:

Bước 1: Chọn một tam giác thuộc mặt phẳng thiết diện làm tam giác cơ sở. Qua PCXT với tâm là đỉnh của hình chóp, xác định hình chiếu các đỉnh của tam giác cơ sở trên mặt phẳng đáy.

Bước 2: Trên mặt phẳng đáy, xác định giao điểm của các đường thẳng chứa các đỉnh của đa giác đáy và các cạnh của tam giác tạo bởi hình chiếu của tam giác cơ sở.

Bước 3: Dựa vào tính chất liên thuộc, dóng các giao điểm ở đáy với các điểm tương ứng của mặt cắt (các đường dóng là các tia chiếu với tâm là đỉnh của hình chóp).

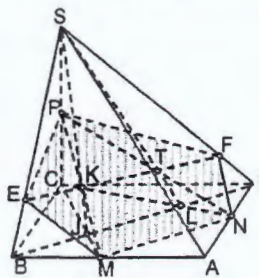
Bước 4: Xác định thiết diện.

Hoạt động 3: Vận dụng quy trình, khảo sát tính hợp lý của quy trình vào giải các bài tập toán (tình huống xác nhận).

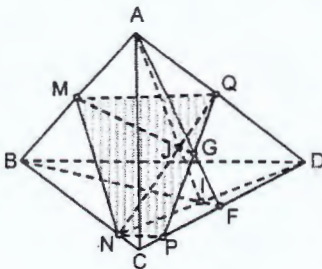
GV yêu cầu HS giải hai bài tập sau:

Bài tập 1: Cho hình chóp $S.ABCD$ có đáy $ABCD$ là hình bình hành. Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm các cạnh AB, AD và SC . Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP) (lời giải được thể hiện như hình 7).

Bài tập 2: Cho hình tứ diện ABCD. Gọi M là trung điểm của cạnh AB và G là trọng tâm của tam giác ACD. N là một điểm bất kì thuộc cạnh BC. Xác định thiết diện khi cắt tứ diện bởi mặt phẳng (MNG) (lời giải được thể hiện như hình 8).



Hình 7



Hình 8

3. Trong quá trình thực hiện các hoạt động học tập theo quy trình xác định thiết diện như đã trình bày ở trên, HS đã được đóng vai trò là người khám phá ra phương pháp xác định thiết diện mới do quy trình xác định thiết diện cũ không thể áp dụng được; các em được chủ động thực hiện các hoạt động, xuất hiện nhu cầu được giao tiếp và tranh luận, sử dụng các mối quan hệ liên thuộc trong không gian để xác định thiết diện. Hoạt động xác nhận được thực hiện khi quy trình mới được áp dụng vào ngay bài tập cũ, từ đó, HS biết vận dụng linh hoạt vào các bài toán tìm thiết diện trong hình học không gian.

(1) Nguyễn Tiến Trung. *Rèn luyện kỹ năng giải các bài toán thiết diện của các hình không gian trong chương trình hình học 11 trung học phổ thông*. Luận

văn thạc sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học sư phạm Hà Nội, 2006.

Tài liệu tham khảo

1. Bùi Văn Nghị. **Giáo trình Phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán**. NXB Đại học sư phạm, H. 2008.
2. Bùi Văn Nghị. **Vận dụng lí luận vào thực tiễn dạy học môn toán ở trường phổ thông**. NXB Đại học sư phạm, H. 2009.
3. Annie Bessot - Claude Comiti - Lê Thị Hoài Châu - Lê Văn Tiến. **Những yếu tố cơ bản của didactic toán, sách song ngữ Việt - Pháp**. NXB Đại học quốc gia TP. Hồ Chí Minh, 2009.
4. Guy Brousseau. *Theory of Didactical situations in mathematics*. Volume 19, Kluwer Academic Publishers, 2002.
5. Virginia M. Warfield. *Invitation to Didactique*, University of Washington, Seattle, Washington, 2006.
6. Đoàn Quỳnh (tổng chủ biên). **Hình học 11** (nâng cao). NXB Giáo dục Việt Nam, H. 2010.

SUMMARY

Defining plane section problem is common problem in Geometry 11th grade. Skills in solving above problem is important for students. There are other processes required and can equip students in the process of solving problems related to the cross section, which is the process of defining a set from the radial projection or the alignment method. In solving some simple educational problems, in an order intended pedagogy, along with the proper guidance of teachers, students will explore and create an algorithm to define pyramid's plane (the radial projection or the alignment method). By the way of the teaching situation, students play role of knowledge creators through situations and applying that knowledge to solve some same problems.

Giáo dục kỹ năng sống...

(Tiếp theo trang 26)

có thể trang bị những KNS cơ bản nhất cho mình. Nếu họ tự giác nhận thức được KNS là mục tiêu quan trọng giúp SV bước vào đời, họ sẽ tự tìm cách học hỏi theo con đường hiệu quả nhất. □

Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Thanh Bình - Nguyễn Kim Dung - Lưu Thu Thủy - Vũ Thị Sơn. **Những nghiên cứu và thực hiện chương trình giáo dục kỹ năng sống ở Việt Nam**. Viện Chiến lược và Chương trình giáo dục, H. 2003.
2. Lê Minh Châu. "UNICEF Việt Nam và giáo dục kỹ năng sống cho thanh thiếu niên". Báo cáo tại Hội

thảo "Chất lượng giáo dục và kỹ năng sống" từ 23-25/10/2003, H. 2003.

3. Nguyễn Đình Chính. **Chuẩn bị cho sinh viên làm công tác giáo dục ở nhà trường phổ thông**. NXB Giáo dục, H. 1998.
4. Huỳnh Văn Sơn. **Bạn trẻ và kỹ năng sống**. NXB Trẻ, TP. Hồ Chí Minh, 2009.

SUMMARY

Life skills education for students is an important task in the curriculum of university today. Thu Dau Mot University has been implementing various measures of life skills education for students. However, in the implementation process also encountered many difficulties. The efficiency is not high. It requires a shared consensus of teachers, learners and managers.