

KHAI THÁC KIẾN THỨC VỀ CÁC CẤU TRÚC ĐẠI SỐ NHẪM GÓP PHẦN NÂNG CAO HIỆU QUẢ DẠY HỌC ĐA THỨC Ở TRƯỜNG PHỔ THÔNG

PGS. TS. NGÔ SỸ TÙNG* - TS. TRẦN TRUNG**

1. Phong trào cải cách giáo dục toán học được khởi xướng từ đầu thế kỉ XX đã đặt ra vấn đề là phải làm giảm khoảng cách giữa nội dung môn *Toán* ở trường phổ thông với những thành tựu phát triển của toán học. Yêu cầu đặt ra là tuy không đưa nhiều kiến thức toán học hiện đại vào chương trình dạy học nhưng chương trình môn *Toán* ở phổ thông vẫn phải tiếp cận được với xu thế phát triển của toán học. Điều này đòi hỏi giáo viên (GV) phải có những hiểu biết nhất định về sự chuyển hóa tri thức toán học hiện đại vào chương trình môn *Toán* để nhìn nhận nội dung dạy học một cách thống nhất.

Trong dạy học toán ở trường phổ thông cần có sự chuyển hóa sự phạm giữa ba cấp độ tri thức, đó là: - *Tri thức toán học*: Ở cấp độ các nhà khoa học, người ta nói tri thức toán học là đối tượng của nhận thức, tri thức toán học đạt được dưới một dạng tổng quát nhất theo những quy tắc diễn đạt hiện hành trong cộng đồng khoa học; - *Tri thức chương trình*: Để lựa chọn những kiến thức toán học đưa vào chương trình môn *Toán* ở trường phổ thông, các kiến thức toán học cần được sàng lọc, xác định mức độ yêu cầu và cách thức diễn đạt cho phù hợp với mục tiêu dạy học, giữa hệ thống kiến thức với chương trình dạy học; khi đó, tri thức toán học trở thành tri thức của chương trình. Đây vừa là đối tượng, vừa là mục tiêu dạy học của GV và mục tiêu học tập của học sinh (HS); - *Tri thức dạy học*: Để đạt được mục tiêu dạy học, GV phải tổ chức lại các tri thức quy định trong chương trình, sách giáo khoa và chuyển thành tri thức dạy học theo phương pháp sự phạm của mình cho phù hợp với trình độ HS và những điều kiện học tập cụ thể.

Sự chuyển hóa sự phạm gồm hai khâu: *chuyển tri thức khoa học thành tri thức chương trình* và *chuyển tri thức chương trình thành tri thức dạy học*. GV cần có sự vận dụng kiến thức toán cao cấp để soi sáng chương trình toán phổ thông; từ đó, GV tổ chức cho HS con đường khám phá, tìm kiếm nội dung kiến thức mới. Quy trình hình thành sự chuyển hóa sự phạm

thường gồm 3 bước như sau: *Bước 1*: Nghiên cứu mối quan hệ giữa kiến thức toán phổ thông với cơ sở lý thuyết trong toán học cao cấp và toán sơ cấp ở các trường đại học sư phạm; *Bước 2*: Sử dụng góc nhìn và ngôn ngữ của toán cao cấp để phân tích kiến thức toán phổ thông nhằm hiểu rõ bản chất của toán học; *Bước 3*: Thông qua hoạt động chuyển đổi ngôn ngữ để tiến hành chuyển hóa sự phạm giữa tri thức khoa học - tri thức chương trình - tri thức dạy học.

2. Một số kiến thức về các cấu trúc đại số trong chương trình Đại số đại cương

Trong giáo trình *Đại số đại cương*, khi cho trước một vành giao hoán có đơn vị V , ta có thể xây dựng được một vành giao hoán có đơn vị, kí hiệu là $V[x]$, gồm tất cả các đa thức của ẩn x với hệ tử thuộc V . Có nhiều cách xây dựng vành đa thức một ẩn trên một vành cho trước có đơn vị. Chẳng hạn, để xây dựng vành đa thức trên một vành giao hoán có đơn vị V thông qua dãy các phần tử thuộc V : ta xét tập hợp $V[x]$ gồm các dãy $(a_0, a_1, \dots, a_n, \dots)$ trong đó chỉ có một số hữu hạn phần tử a_i khác 0. Trong $V[x]$, ta coi hai phần tử (dãy) bằng nhau nếu chúng bằng nhau tại mọi i ; phép cộng trong $V[x]$ là cộng theo từng thành phần i và phép nhân cho bởi: $(a_0, a_1, \dots, a_n, \dots) \cdot (b_0, b_1, \dots, b_n, \dots) = (c_0, c_1, \dots, c_n, \dots)$, trong đó $c_k = \sum_{i+j=k} a_i b_j$. Khi đó, $V[x]$ là một vành giao hoán, có đơn vị, chứa V như một vành con. Vành V được gọi là *vành hệ tử* của các đa thức thuộc $V[x]$. Tiếp tục lấy $V[x]$ làm vành hệ tử để xây dựng $V[x][y]$, ta có vành đa thức hai ẩn. Bằng cách này ta xây dựng được vành đa thức n ẩn, với n là số nguyên dương. Khái quát hơn, với một tập hợp X bất kì, gọi là tập hợp các ẩn (hay biến), có thể vô hạn, ta xây dựng được vành đa thức $V[X]$ bao gồm tất cả các đa thức của hữu hạn biến, nghĩa là phần tử của $V[Y]$, với Y là một tập hợp hữu hạn bất kì của X .

* Trường Đại học Vinh

** Vụ Hợp tác quốc tế, Ủy ban Dân tộc Chính phủ

Tính chất của vành đa thức phụ thuộc vào tính chất của vành hệ tử. Sau đây là một số trường hợp đặc biệt:

- *Vành đa thức trên một trường*: Nếu F là một trường thì $F[x]$ là một vành Oclit, do đó nó cũng là một vành chính. Khi đó, mọi phần tử khác 0, không khả nghịch của $F[x]$ đều phân tích được một cách duy nhất thành tích các nhân tử bất khả quy.

+ *Khi F là trường số phức C* thì các phần tử khả nghịch trong $C[x]$ là các số phức khác 0. Phần tử (hay đa thức) bất khả quy của $C[x]$ chỉ là các đa thức bậc nhất. Vì vậy, mọi đa thức khác hằng số (tức là có bậc lớn hơn hay bằng 1) đều phân tích được thành tích các nhân tử bậc nhất. Điều này cũng cho thấy mọi đa thức trong $C[x]$ bậc n (n lớn hơn hay bằng 1) có đúng n nghiệm phức.

+ *Khi F là trường số thực R* , phần tử khả nghịch của $R[x]$ sẽ là các số thực khác 0. Đa thức bất khả quy trong $R[x]$ chỉ là đa thức bậc nhất và đa thức bậc hai với biệt thức âm. Ta có khẳng định về sự phân tích trong $R[x]$ là: mọi đa thức bậc lớn hơn hay bằng 1 trong $R[x]$ đều phân tích được thành tích các nhân tử bậc nhất và các nhân tử bậc hai với biệt thức âm.

+ *Khi F là trường số hữu tỉ Q* , các phần tử khả nghịch trong $Q[x]$ là các số hữu tỉ khác 0 và các loại đa thức sau là bất khả quy: đa thức bậc nhất; đa thức bậc hai với biệt thức âm; đa thức bậc hai với biệt thức dương nhưng các nghiệm của nó đều là nghiệm vô tỉ; các đa thức bậc ba không có nghiệm hữu tỉ; các đa thức mà khi quy đồng mẫu số các hệ tử đưa được về dạng thương của một đa thức hệ số nguyên chia cho một số nguyên, trong đó đa thức hệ số nguyên ở tử số thỏa mãn điều kiện Aidenstainơ. Vì chưa mô tả được đầy đủ tập hợp các phần tử bất khả quy trong $Q[x]$ nên vấn đề phân tích đa thức thành nhân tử trong $Q[x]$ chưa có kết luận đầy đủ.

- *Vành đa thức trên một vành Gaoxơ* (tức là vành thoả mãn điều kiện nhân tử hoá duy nhất): như ta đã biết, trong một vành chính mọi phần tử khác 0, không khả nghịch luôn có sự phân tích duy nhất thành tích các nhân tử bất khả quy. Tuy nhiên, chiều ngược lại không đúng trong trường hợp tổng quát, nghĩa là tồn tại những vành thoả mãn điều kiện khi phân tích thành nhân tử như trên nhưng không phải là vành chính. Ta gọi các vành thoả mãn điều kiện mọi phần tử khác 0, không khả nghịch luôn có sự phân tích duy nhất thành tích các nhân tử bất khả quy là vành Gaoxơ hay là vành nhân tử hoá duy nhất.

Các vành Gaoxơ có tính chất: Nếu V là một vành Gaoxơ thì $V[x]$ cũng là một vành Gaoxơ. Từ điều này suy ra vành đa thức n ẩn trên một vành Gaoxơ cũng là vành Gaoxơ.

3. Vận dụng vào dạy học đa thức ở trường phổ thông

Trong giáo trình **Đại số đại cương** ở bậc đại học xây dựng vành đa thức một ẩn trước, sau đó mới xây dựng khái niệm vành đa thức nhiều ẩn. Ở chương trình môn *Toán* cấp THCS, khái niệm đa thức nhiều ẩn được trình bày trước thông qua khái niệm đơn thức, sau đó mới đưa ra khái niệm đa thức một ẩn như là một trường hợp riêng.

Nếu khi phân tích đa thức thành nhân tử không nói rõ là các đa thức được xét trên hệ thống số nào thì thông thường trong trường hợp này, kiến thức về hệ thống số học đến hệ thống số nào được ngầm hiểu là đa thức xây dựng trên hệ thống số đó. Với cách hiểu như vậy, khái niệm đa thức ở trường THCS được hiểu là đa thức trên trường số thực. Trong đại số, việc phân tích một phần tử thành tích các nhân tử được xét trong lí thuyết vành. Các nhân tử được phân tích ra phải là phần tử bất khả quy. Sự phân tích các phần tử trong một vành thành tích các nhân tử bất khả quy liên quan đến ba lớp vành là vành Gaoxơ, vành chính và vành Oclit.

Vành số nguyên Z là một vành Oclit. Do đó, Z cũng là vành chính và là vành Gaoxơ. Phần tử bất khả quy trong vành số nguyên Z là các số nguyên tố và số đối của số nguyên tố. Định lí phân tích thành tích các nhân tử bất khả quy phát biểu trong vành số nguyên trở thành: Mọi số nguyên khác 0, khác -1 và 1 luôn phân tích được một cách duy nhất thành tích các số nguyên tố kèm theo dấu "-" nếu số đó là số nguyên âm. Trong chương trình môn *Toán* ở THCS, lí thuyết phân tích thành nhân tử chỉ trình bày đối với hệ thống số tự nhiên. Tuy nhiên, khi mở rộng đối với hệ thống số nguyên thì vấn đề chỉ còn lại là thêm vào dấu âm nếu phân tích số nguyên âm thành nhân tử. Vì vậy, không cần xét lại vấn đề nhân tử hóa đối với hệ thống số nguyên.

Vành đa thức trên một trường cũng là vành Oclit, do đó là vành Gaoxơ; vì vậy, mọi đa thức khác đa thức 0 và không khả nghịch (tức là khác đa thức bậc 0) đều phân tích được một cách duy nhất thành tích các nhân tử bất khả quy. Song, tập hợp các phần tử bất khả quy trong mỗi vành đa thức trên các trường khác nhau lại được mô tả rất khác nhau. Khi trường hệ số là trường số phức thì tập hợp đa thức bất khả

quy chính là tập hợp đa thức bậc nhất. Sự phân tích đa thức hệ số phức thành nhân tử cần phân tích thành tích của các đa thức bậc nhất. Khi trường hệ số là trường số thực thì tập hợp các đa thức bất khả quy có hai loại, đó là đa thức bậc nhất và đa thức bậc hai với biệt thức âm; do vậy, khi nói đến phân tích các đa thức không phải là hằng số thành nhân tử cần phân tích thành tích các đa thức bậc nhất và đa thức bậc hai với biệt thức âm.

Trường hợp trường hệ số là trường số hữu tỉ thì việc mô tả tập hợp các đa thức bất khả quy sẽ là rất phức tạp và thậm chí là không biết hết các dạng đa thức bất khả quy. Có một số dạng đa thức bất khả quy đơn giản mà chúng ta đã biết như: đa thức bậc nhất, đa thức bậc hai với biệt thức âm, đa thức bậc hai với biệt thức dương nhưng không có nghiệm hữu tỉ (hay căn bậc hai của biệt thức là số vô tỉ); các đa thức bậc ba không có nghiệm hữu tỉ, các đa thức sau khi quy đồng mẫu số của các hệ số áp dụng được dấu hiệu Aidenstainơ. Như vậy, việc phân tích triệt để các đa thức trên trường số hữu tỉ vẫn là một vấn đề khó khăn.

Vành Oclit là vành đặc biệt hơn vành chính và vành Gaoơ, vì vậy việc chia đa thức không đặt ra ở vành số nguyên Z mà chỉ ở vành số hữu tỉ Q , vành số thực R . Ngoài các đa thức một ẩn trên các trường, các đa thức một ẩn trên vành số nguyên, đa thức nhiều ẩn trên các trường số cũng có nội dung phân tích thành nhân tử. Vành đa thức trên vành Gaoơ cũng là vành Gaoơ, do đó việc nhân tử hoá là thực hiện được.

Trong dạy học, GV cần lựa chọn các bài tập đơn giản, phù hợp với năng lực của HS để tránh những phức tạp khi tìm lời giải; đồng thời, GV cũng có thể khai thác kiến thức về vành Oclit để tìm ước chung lớn nhất...

4. Để quá trình dạy học môn *Toán* ở trường phổ thông đạt hiệu quả cao, GV cần nắm rõ sự chuyển hóa từ tri thức khoa học của toán học vào tri thức trong chương trình môn *Toán*, các cơ sở toán học hiện đại của kiến thức toán trong chương trình phổ thông như: tập hợp, ánh xạ, các phép toán đại số, cấu trúc đại số,... nhằm tìm ra các phương pháp giảng dạy phù hợp, giúp HS nắm vững và hiểu sâu kiến thức. GV có thể vận dụng các kiến thức của Toán cao cấp để soi xuống Toán sơ cấp trong chương trình phổ thông, nhìn nhận các mạch kiến thức toán ở phổ thông theo quan điểm của toán học cao cấp, để tổ chức hướng dẫn cho HS con đường khám phá tìm kiếm những

nội dung kiến thức mới thông qua các bước chuyển hóa sự phạm giữa các tri thức. □

Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Quý Dy - Nguyễn Sum - Ngô Sỹ Tùng. **Bài tập toán cao cấp**. NXB Giáo dục, H. 1999.
2. Nguyễn Hữu Việt Hưng. **Đại số đại cương**. NXB Giáo dục, H. 1998.
3. Nguyễn Bá Kim. **Phương pháp dạy học môn Toán**. NXB Đại học sư phạm, H. 2004.
4. Chu Trọng Thanh - Trần Trung. **Cơ sở toán học hiện đại của kiến thức môn Toán phổ thông**. NXB Giáo dục Việt Nam, H. 2011.

SUMMARY

Math program in high school was built on the basis of the knowledge of modern mathematics requires teachers to have certain knowledge about the metabolism of mathematical knowledge in Mathematics program to recognize learning content. This paper presents the pedagogical transformation from mathematical knowledge into teaching programs by exploiting knowledge about the algebraic structure contribute to improving the efficiency of polynomial teaching in schools.

Phát huy tính tích cực...

(Tiếp theo trang 49)

Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Lăng Bình. **Dạy và học tích cực**. NXB Đại học sư phạm, H. 2010.
2. Bộ GD-ĐT. **Chương trình Mĩ thuật phổ thông**, H. 2006.
3. Bộ GD-ĐT. **Hướng dẫn thực hiện điều chỉnh nội dung dạy học môn Mĩ thuật, cấp trung học cơ sở** (kèm theo công văn số 5842/BGDĐT-VP ngày 01/9/2011).
4. Nguyễn Văn Cường - Bernd Meier. **Phát triển năng lực thông qua phương pháp và phương tiện dạy học mới**. Tài liệu hội thảo - Tập huấn của Bộ GD-ĐT, H. 2007.
5. Trần Bá Hoàng. **Đổi mới phương pháp dạy học, chương trình và sách giáo khoa**. NXB Đại học sư phạm, H. 2006.

SUMMARY

Group work is an active teaching method which has been researched and implemented effectively in European countries, especially in Belgium. In pedagogy in general, in Fine - Arts education in particular, group work creates opportunities for learners to study actively, explore and perform their personal abilities in knowledge, thinking, and creation development according to different learning styles from specific positions in class.