GIÚP HỌC SINH RÈN LUYỆN KHẢ NĂNG SÁNG TẠO THÔNG QUA DẠY HỌC MỘT SỐ BÀI TẬP HÌNH HỌC KHÔNG GIAN

HOÀNG BÁ THỊNH - TRỊNH CÔNG SƠN*

Tư duy sáng tạo là một năng lực cần thiết của mỗi con người trong mọi công việc. Trong dạy học giải toán, việc bồi dưỡng năng lực tư duy sáng tạo cho học sinh (HS) đóng một vai trò quan trọng nhằm giúp các em không những hiểu rõ bản chất của bài toán (BT) mà còn đề xuất được những ý tưởng mới, BT mới. Qua đó, nâng cao tính tự giác, độc lập, sáng tạo và tạo hứng thú học tập cho HS.

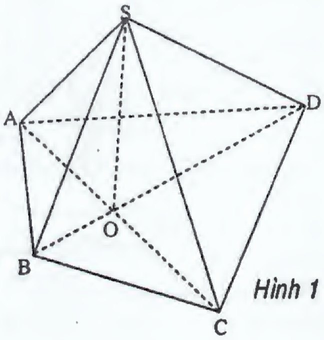
Quy trình giải toán giáo viên (GV) thường áp dụng cho HS đó là bắt đầu từ bước tìm hiểu, phân tích đề bài, kết thúc ở bước trình bày lời giải BT và bỏ qua bước cuối cùng cũng là một bước quan trọng đó là xem xét BT và sáng tạo thêm những BT mới. Trong dạy học hình học không gian ở trung học phổ thông có nhiều "cơ hội" để HS thực hiện điều này, bài viết đưa ra một số những "cơ hội" đó và cách thức vận dụng chúng vào các hoạt động giải toán.

1. Sáng tạo nhờ phát hiện bản chất và hiện tượng của BT

Một BT bất kì luôn cho chúng ta thấy một *hiện tượng*, đó là giả thiết của BT; có hai loại giả thiết, tạm gọi là: giả thiết *bản chất* và giả thiết *không bản chất*. Bằng việc tìm ra, giữ nguyên giả thiết bản chất và thay đổi những giả thiết không bản chất, ta có thể làm mới BT gốc. Xét ví dụ sau:

Ví dụ 1 (**Hình học 11 nâng cao**; tr. 44): Trong mp(P) cho tứ giác lồi ABCD; ngoài mp(P) cho điểm S. Hãy tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) (*hình 1*).

BT trên cho ta thấy *hiện tượng* như sau: Thứ nhất, hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) có chung một điểm S. Thứ hai, trong hai mặt phẳng (SAC) và (SBD) lần lượt chọn được ra hai đường thẳng cắt nhau là AC và BD. Điều này là dễ dàng thấy được vì AC, BD cùng nằm trong mp(ABCD). Bản chất là: hai mặt phẳng (Q) và (R) có chung một điểm S và lần lượt chứa hai đường thẳng cắt nhau a, b cùng nằm trong mp(ABCD); giữ nguyên *bản chất* này, đồng thời thay đổi *hiện tượng* của BT bằng cách ẩn đi đường thẳng a hoặc b ta có BT mới:



Hình 1

Ví dụ 1a: Trong mp(P) cho tứ giác lồi ABCD; ngoài mp(P) cho điểm S. E là một điểm bất kì thuộc đoạn thẳng SB và G là trọng tâm tam giác SCD. Tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SEG) và (SAC) (*hình 2*).

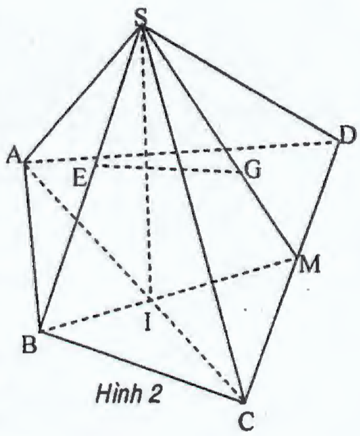
Qua phân tích BT ta thấy, để giải BT cần tìm lại đường thẳng đã bị ẩn đi. Đường thẳng này vừa nằm trong mp(SEG) vừa nằm trong mp(ABCD), hay nói cách khác, nó là giao tuyến của hai mặt phẳng (SEG) và (ABCD). Theo đó, cần tìm giao tuyến của hai mặt phẳng (SEG) và (ABCD). Đây chính là định hướng cách giải BT.

Kéo dài SG cắt CD tại M. Khi đó BM là giao tuyến của (SEG) và (ABCD). Gọi I là giao điểm của AC và BM thì SI sẽ là giao tuyến của hai mặt phẳng (SEG) và (SAC).

Ví dụ 2: Cho tứ diện ABCD. Trung điểm của các đoạn thẳng AC, BC, BD, AD lần lượt là M, N, P, Q. Chứng minh: AB//mp(MNPQ), CD//mp(MNPQ).

Hướng dẫn: Trong mặt phẳng (ABC) có MN // AB, mà MN nằm trong mp(MNPQ) nên AB // mp(MNPQ).

Tương tự, ta chứng minh được CD// mp(MNPQ).



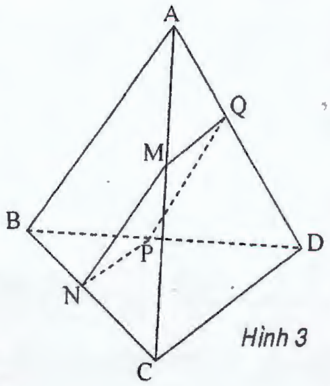
Hình 2

Nhận xét: Từ giả thiết của BT: M, N, P, Q lần lượt là trung điểm các đoạn thẳng AC, BC, BD, AD, HS có thể rút ra các kết luận cần thiết: MN//AB, NP//CD. Tuy nhiên, để rút ra MN//AB, NP//CD không

* Trường Cao đẳng sư phạm Nghệ An

cần đến các giả thiết mạnh như ở trên; chẳng hạn, để có MN//AB, chỉ cần $\frac{CM}{CA}=\frac{CN}{CB}$ là đủ. Qua đó, có thể thấy giả thiết bản chất của BT (bị ẩn đi) là: MN//AB, NP//CD. Thay đổi giả thiết của BT, ta có BT mới:

Ví dụ 2a: Cho tứ diện ABCD. Mặt phẳng (α) cắt các cạnh AC, BC, BD, AD lần lượt tại các điểm M, N, P, Q sao cho MNPQ là hình bình hành. Chứng minh rằng AB//(α), CD//(α) (*hình 3*).



Hình 3

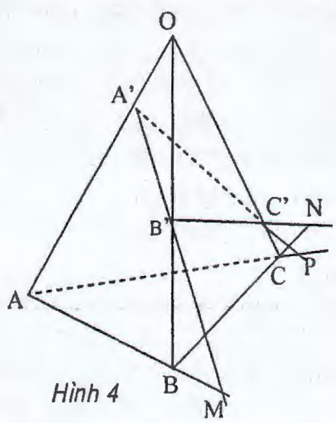
Hướng dẫn: Trong BT này, việc chứng minh AB//MN không đơn giản như BT trước. Để chứng minh AB//MN ta đi chứng minh MN//(ABD). Điều này có được nhờ MN//PQ.

2. Sáng tạo nhờ phát hiện nội dung và hình thức của BT

Mỗi BT đều chứa đựng một *nội dung* nhất định nhưng nếu nhìn dưới những góc độ khác nhau nó có thể có các *hình thức* khác nhau. Xét ví dụ:

Ví dụ 3: Cho bốn điểm O, A, B, C không đồng phẳng. Trên các đường thẳng OA, OB, OC lần lượt lấy các điểm A', B', C' khác O sao cho các đường thẳng sau đây cắt nhau: BC và B'C', CA và C'A', AB và A'B'.

Chứng minh các giao điểm của các cặp đường thẳng trên thẳng hàng.



Hình 4

Hướng dẫn: Gọi N, P, M lần lượt là giao điểm của các cặp đường thẳng BC và B'C', CA và C'A', AB và A'B' (*hình 4*). Ta thấy M, N, P là điểm chung của hai mặt phẳng (ABC) và (A'B'C') nên chúng thẳng hàng.

Nhận xét: Nội dung của BT trong *ví dụ 3* là mối liên hệ giữa 2 bộ ba điểm (A, B, C) và (A', B', C') cùng nằm trên hai mặt phẳng phân biệt. Tuy nhiên, ta có thể phát biểu BT trên dưới dạng sau:

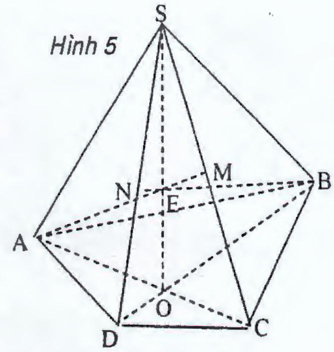
Ví dụ 3a: Cho 2 tam giác ABC và A'B'C' nằm trên 2 mặt phẳng phân biệt thoả mãn: AB cắt A'B' tại M; BC cắt B'C' tại N và CA cắt C'A' tại P.

Chứng minh rằng: nếu $\frac{MA}{MB}\neq\frac{MA'}{MB'}$; $\frac{NB'}{NC'}\neq\frac{NB}{NC}$; $\frac{PA}{PC}\neq\frac{PA'}{PC'}$ thì AA', BB', CC' đồng quy.

Hướng dẫn: Gọi O là giao điểm của AA', BB'. Ta đi chứng minh C, C', O thẳng hàng. Điều này dễ dàng nhận thấy vì chúng cùng thuộc hai mặt phẳng (AA'P) và (BB'N).

Nhận xét: Ví dụ 3a tuy không khó hơn BT ban đầu nhưng bằng cách phát biểu mới, GV có thể tạo ra cảm giác mới lạ, qua đó gây hứng thú học tập cho HS. Đồng thời, động viên, khuyến khích các em tìm tòi, soi xét kĩ từng BT khi giải để có một cái nhìn sâu sắc hơn.

Ví dụ 4: Cho hình chóp tứ giác S.ABCD. Gọi M là trung điểm của SC và N là giao điểm của SD và mặt phẳng (MAB) (*hình 5*).

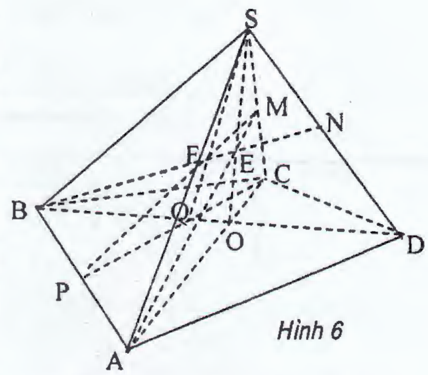
Hình 5


Chứng minh SO, AM, BN đồng quy.

Hướng dẫn: Gọi E là giao điểm của SO và AM. Ta cần chứng minh B, E, N thẳng hàng. Dễ chứng minh được B, E, N là 3 điểm chung của 2 mặt phẳng (MAB) và (SBD) ⇒ B, N, E thẳng hàng.

Nhận xét: Do hai kết luận *"SO, AM, BN đồng quy"* và *"B, N, E thẳng hàng"* là tương đương nên chúng có thể thay thế cho nhau. Nghiên cứu BT kĩ hơn ta thấy: Nếu gọi P là trung điểm BA, Q là giao điểm BD và PC thì 3 đường thẳng SQ, PM, BN đồng quy tại một điểm F. Vì thế, ta có thể đề xuất BT mới:

Ví dụ 4a: Cho tứ giác S.ABCD, O là giao điểm 2 đường chéo AC và BD. Gọi M là trung điểm SC. E là giao điểm AM và SO, P là trung điểm BA, Q là giao điểm BD và PC, F là giao điểm SQ và MP, N là giao điểm SD và mặt phẳng (MAB) (*hình 6*).



Hình 6

Chứng minh 4 điểm B, E, F, N thẳng hàng.

Hướng dẫn: Theo *ví dụ 4*, ta có B, E, N thẳng hàng nên chỉ cần chứng minh B, E, F thẳng hàng. Ta

(Xem tiếp trang 54)

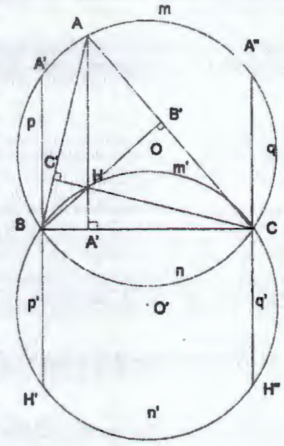
- Dựng đường tròn tâm O; - Dựng dây cung BC trên đường tròn (O); - Dựng điểm A trên đường tròn (O); - Dựng tam giác ABC; - Gọi H là giao điểm của ba đường cao; - Ẩn đi các đường không cần thiết (*hình 6*).

** Bước 2: Tìm quỹ tích:* Tạo vết cho điểm H, chuyển động điểm A, ta thu được vết của điểm H có dạng là một đường tròn.

** Bước 3: Chứng minh.* GV đặt câu hỏi: *Em hãy chứng minh kết quả dự đoán quỹ tích của BT trên phần mềm Cabri?*

- *Phần thuận:* Gọi A' là điểm đối xứng với C qua tâm O; A" đối xứng với B qua tâm O.

Khi A chạy trên cung lớn BmC thì $\widehat{A} = \alpha$, ta xét các trường hợp sau: - Khi A chạy trên cung A'mA" thì $\widehat{A} = \alpha$; ta có: $\widehat{BHC} = 180^\circ - \alpha$ không đổi (*hình 7*). Do đó, H chạy trên cung chứa góc $180^\circ - \alpha$ dựng trên đoạn BC (cung Bm'C); - Khi A chạy trên cung A'pB thì $\widehat{A} = \alpha$, $\widehat{BHC} = \alpha$ không đổi, suy ra H chạy trên cung chứa góc a dựng trên đoạn BC (cung Bp'H') (với H', H" thuộc đường tròn chứa cung α dựng trên đoạn BC và $H'B \perp BC$, $H"C \perp BC$; - Khi A chạy trên cung A"qC ta cũng có: $\widehat{BHC} = \alpha$ không đổi; suy ra H chạy trên cung chứa góc α dựng trên đoạn BC (cung Cq'H").



Hình 7

Khi A chạy trên cung nhỏ BnC thì $\widehat{A} = 180^0 - \alpha$, $\widehat{BHC} = \alpha$ không đổi. Do đó, H chạy trên cung chứa góc α dựng trên đoạn BC (cung H'n'H").

Vậy, khi A chạy trên đường tròn tâm O thì quỹ tích điểm H thuộc đường tròn O' (đường tròn O' hợp nên bởi hai cung chứa góc $180^\circ - \alpha$ và α vẽ trên đoạn BC).

Phần đảo: HS tự chứng minh.

* * *

Vận dụng PPDHKP trong dạy học giải toán tìm quỹ tích với sự trợ giúp của phần mềm Cabri ở phổ thông nhằm góp một phần nhỏ vào công cuộc đổi mới PPDH theo hướng tích cực hóa người học và ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học. GV cần vận dụng linh hoạt PPDH này vào dạy học môn *Toán* ở trường phổ thông . ❑

---

(1) Lê Võ Bình. *Dạy học hình học các lớp cuối cấp trung học cơ sở theo hướng bước đầu tiếp cận phương pháp khám phá.* Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Vinh, 2007.

Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Ngọc Giang. **Khám phá trong giải toán phổ thông bằng các phương pháp toán - tin.** NXB *Giáo dục Việt Nam*, H. 2011.

SUMMARY

As is known, discovery learning is an active teaching - learning method for students. So, to build the process of the use of Cabri dynamic geometry software in solving locus problems according with discovery learning method is an important problem for all of us.

Giúp học sinh rèn luyện...

(Tiếp theo trang 51)

có P∈mp(AMB), F là giao điểm SQ và MP ⇒ F∈mp(MAB); F∈SQ ⇒ F∈mp(SBD) ⇒ F là điểm chung của 2 mặt phẳng (MAB) và SBD).

Từ đó suy ra B, E, F thẳng hàng.

* * *

Thông qua một số bài tập toán hình học không gian ở trung học phổ thông, GV có thể hướng dẫn HS khám phá ra những BT mới từ các BT ban đầu; tạo ra cho các em những cảm giác mới lạ và hứng thú trong học tập. Từ đó, nâng cao sự say mê nghiên cứu khoa học, điều mà vốn dĩ luôn cần thiết đối với HS. ❑

Tài liệu tham khảo

1. G. Polya. **Sáng tạo toán học.** NXB *Giáo dục*, H. 1978.
2. Đào Tam (chủ biên). **Giáo trình hình học sơ cấp.** NXB *Đại học sư phạm*, H. 2004.
3. Đoàn Quỳnh (tổng chủ biên) - Văn Như Cương (chủ biên). **Hình học 11 nâng cao.** NXB *Giáo dục*, H. 2006.

SUMMARY

Creative thinking is a necessary capability for all of people, in every jobs. In mathematic teaching, creative thinking capacity building for the pupils is very important for a teacher. And in geometry of space teaching, there are many conditions to help the pupils training creative thinking. This article mention some examples of creative thinking capacity for students training through the creation of new problems by detecting the nature and phenomena, the content and form of a known problem.