DẠY HỌC KHÁM PHÁ CÁC BÀI TOÁN TÌM TẬP HỢP ĐIỂM VỚI SỰ TRỢ GIÚP CỦA PHẦN MỀM CABRI

ThS. NGUYỄN NGỌC GIANG*

Dạy học khám phá (KP) là phương pháp dạy học (PPDH) phát huy tính tích cực của học sinh (HS). Bài báo đề xuất quy trình dạy học KP có ứng dụng phần mềm Cabri trong dạy học giải các bài toán (BT) tìm tập hợp điểm nhằm góp phần hình thành và phát triển tư duy thuật toán, tư duy sáng tạo cho HS.

1. Dạy học khám phá

KP có thể hiểu là quá trình hoạt động và tư duy bao gồm: quan sát, phân tích, nhận định, đánh giá, nêu giả thiết, suy luận,... nhằm đưa ra những khái niệm, phát hiện các tính chất, quy luật và mối liên hệ giữa chúng. Theo (1), Bruner cho rằng, quá trình KP xảy ra khi các cá nhân phải tư duy để phát hiện ra bản chất và ý nghĩa của một vấn đề nào đó.

Trong dạy học KP, người học phải kết hợp với quan sát để rút ra kết luận. GV cần chuyển tải các thông tin, lựa chọn PPDH phù hợp với kiến thức cũng như năng lực của HS. Các giáo trình cần được xây dựng theo hình xoắn ốc để HS được KP kiến thức mới dựa trên những kiến thức đã học. Tuy nhiên, không phải HS tự KP tất cả các kiến thức mới mà các em KP ra sự liên quan giữa các ý tưởng dựa trên những kiến thức đã học.

2. Quy trình sử dụng phần mềm Cabri trong dạy học giải toán tìm tập hợp điểm ở phổ thông theo PPDHKP

Phần mềm Cabri là kết quả nghiên cứu của Trung tâm nghiên cứu khoa học quốc gia - Trường Đại học tổng hợp Joseph Fourier Grenoble (Pháp), có các chức năng như: vẽ, dựng một hình hình học bất kì trong mặt phẳng, người dùng có thể thực hiện các thao tác "kéo", "thả", "ẩn", "hiện",... để thể hiện hình vẽ dưới nhiều góc độ khác nhau. Phần mềm Cabri cũng có các công cụ để tính toán, kiểm tra thuộc tính của các đối tượng hình học một cách trực quan, cho phép kết hợp giữa hình học tổng hợp và hình học giải tích khi giải toán. Các bước tiến hành khi ứng dụng Cabri trong giải các BT tìm tập hợp điểm như sau:

- *Bước 1: Dựng hình.* Dựng hình theo yêu cầu của BT. Có thể kết hợp với nút lệnh Interrupteur cho hình xuất hiện theo trình tự.

- *Bước 2: Tìm quỹ tích.* Tạo vết cho điểm cần tìm tập hợp điểm, chuyển động "điểm chuyển động" mà giả thiết BT đã cho, ta thu được dạng của tập hợp điểm.

- *Bước 3: Chứng minh.* Từ hình dạng của tập hợp điểm, ta tìm ra lời giải của BT.

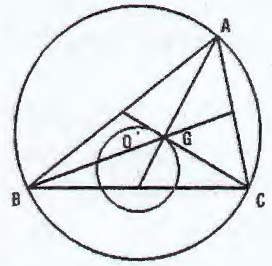
3. Ví dụ minh họa

Ví dụ 1: Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn (O), có cạnh BC cố định. Gọi G là giao điểm của ba đường trung tuyến. Tìm quỹ tích điểm G khi A chuyển động trên đường tròn (O).

GV đặt câu hỏi: *Em hãy dựng hình và tìm quỹ tích của điểm G khi điểm A thay đổi trên phần mềm Cabri?*

* *Bước 1: Dựng hình:*

- Dựng đường tròn tâm O;
- Dựng dây cung BC trên đường tròn (O); - Dựng điểm A trên đường tròn này;
- Dựng tam giác ABC;
- Gọi G là giao điểm của ba đường trung tuyến; - Ẩn đi các đường không cần thiết (*hình 1*).



Hình 1

* *Bước 2: Tìm quỹ tích.*

Tạo vết cho điểm G, chuyển động điểm A, ta thu được vết của điểm G có dạng là một đường tròn.

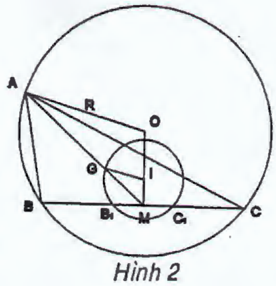
* *Bước 3: Chứng minh.* GV đặt câu hỏi: *Em hãy chứng minh kết quả dự đoán về quỹ tích của BT trên phần mềm Cabri?*

- *Phần thuận:* Đặt R là bán kính đường tròn (O). Gọi M là trung điểm của BC; G là trọng tâm của giác ABC (là giao điểm của ba đường trung tuyến), khi đó G nằm giữa A và M sao cho GA = 2GM.

Lấy điểm I nằm giữa O và M sao cho IO = 2IM, ta có IG//OC (định lí Ta-lét đảo), suy ra: $\frac{IG}{R}=\frac{IG}{OA}=\frac{MI}{MO}=\frac{1}{3}$

* 229/85 Thích Quảng Đức - Phường 4 - Quận Phú Nhuận - TP. Hồ Chí Minh

hay $IG = \frac{R}{3}$ và G thuộc đường tròn $\left(I;\frac{R}{3}\right)$ (*hình 2*).



Hình 2

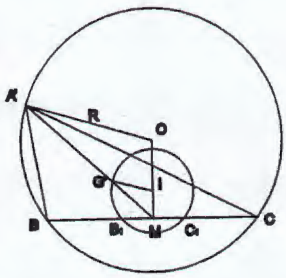
Gọi B_1, C_1 là các giao điểm của AB với $\left(I;\frac{R}{3}\right)$ thì quỹ tích điểm G là đường tròn $\left(I;\frac{R}{3}\right)$ trừ hai điểm B_1, C_1.

- Phần đảo: Lấy điểm $G' \in \left(I;\frac{R}{3}\right)$ sao cho G' khác B_1, C_1. Gọi A' là giao điểm của tia MG' với đường tròn (O), G_1 là trọng tâm của tam giác BCA' (*hình 3*). Khi đó, G_1 nằm trên tia MA' (1).

Mặt khác, theo phần thuận: $G_1 \in (I;\frac{R}{3})$; kết hợp với (1) ta có hay G' là một điểm của quỹ tích.

Kết luận: Quỹ tích điểm G là đường tròn $\left(I;\frac{R}{3}\right)$ trừ hai điểm B_1, C_1.

GV đặt câu hỏi: *Em hãy tìm BT tương tự ví dụ 1?*



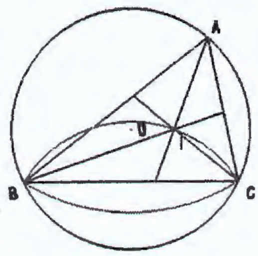
Hình 3

Nếu HS chưa tìm ra câu trả lời, GV có thể gợi ý thêm: *Em hãy phát biểu BT tương tự ví dụ 1 đối với tìm quỹ tích tâm đường tròn nội tiếp tam giác ABC?*

Ví dụ 2: Cho tam giác ABC nội tiếp trong đường tròn (O), cạnh BC cố định. Gọi I là giao điểm của ba đường phân giác trong. Tìm quỹ tích điểm I khi A chuyển động trên đường tròn (O).

GV đặt câu hỏi: *Em hãy dựng hình và tìm quỹ tích của điểm I khi điểm A thay đổi trên phần mềm Cabri?*

** Bước 1: Dựng hình:*
- Dựng đường tròn tâm O;
- Dựng dây cung BC của đường tròn (O); - Dựng điểm A trên đường tròn này; - Dựng tam giác ABC; - Gọi I là giao điểm của ba đường phân giác trong; - Ẩn đi các đường không cần thiết.

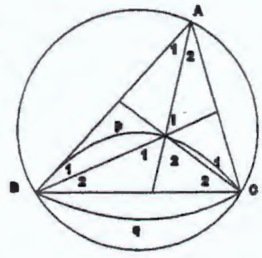


Hình 4

**Bước 2: Tìm quỹ tích.* Tạo vết cho điểm I, chuyển động điểm A, ta thu được vết của điểm I là hai cung tròn (*hình 4*).

**Bước 3: Chứng minh.* GV đặt câu hỏi: *Em hãy chứng minh kết quả dự đoán trên phần mềm Cabri về quỹ tích?*

- Phần thuận: Xét trường hợp A chạy trên cung lớn BC, có BCA = α. Gọi I là giao điểm của ba đường phân giác trong của tam giác ABC. Theo tính chất góc ngoài của tam giác, ta có (*hình 5*):



Hình 5

$\hat{I}_1 = \hat{B}_1 + \hat{A}_1 (1)$

$\hat{I}_2 = \hat{C}_1 + \hat{A}_2 (2)$

Cộng (1) và (2) theo vế với vế: $\hat{I}_1 + \hat{I}_2 = \underbrace{\hat{B}_1 + \hat{A}_1 + \hat{C}_1}_{90^o} + \hat{A}_2$.

Vậy, góc $\widehat{BIC} = 90^o + \hat{A}_2 = 90^o + \frac{\hat{A}}{2}$ không đổi.

Điểm I nhìn đoạn thẳng BC cố định dưới một góc $(90^o + \frac{\alpha}{2})$ không đổi nên quỹ tích điểm I thuộc cung chứa góc $(90^o + \frac{\alpha}{2})$ dựng trên đoạn thẳng BC (cung BpC).

Xét trường hợp A chạy trên cung bé BC có BCA = 180 - α. Lập luận tương tự, ta có I nhìn đoạn thẳng BC cố định dưới một góc $180^o - \alpha + \frac{\alpha}{2} = 180^o - \frac{\alpha}{2}$ không đổi nên quỹ tích điểm I thuộc cung chứa góc $180^o - \frac{\alpha}{2}$ dựng trên đoạn thẳng BC (cung BqC).

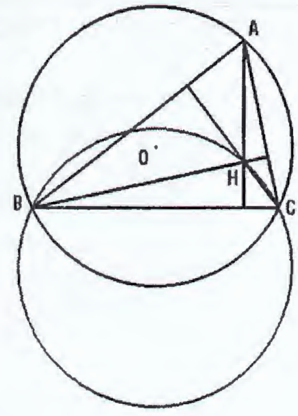
- Phần đảo: Bạn đọc tự chứng minh.

Kết luận: Quỹ tích điểm I thuộc hai cung chứa góc BpC và BqC.

GV đặt câu hỏi: *Em hãy phát biểu BT tương tự ví dụ 1 đối với tìm quỹ tích trực tâm tam giác ABC?*

Ví dụ 3: Cho tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O), có cạnh BC cố định. Gọi H là giao điểm của ba đường cao. Tìm quỹ tích điểm H khi A chuyển động trên đường tròn (O).

GV đặt câu hỏi: *Em hãy dựng hình và tìm quỹ tích của điểm H khi điểm A thay đổi trên phần mềm Cabri?*



Hình 6

**Bước 1: Dựng hình:*

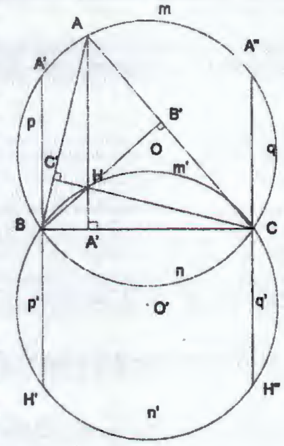
- Dựng đường tròn tâm O; - Dựng dây cung BC trên đường tròn (O); - Dựng điểm A trên đường tròn (O); - Dựng tam giác ABC; - Gọi H là giao điểm của ba đường cao; - Ẩn đi các đường không cần thiết (*hình 6*).

** Bước 2: Tìm quỹ tích:* Tạo vết cho điểm H, chuyển động điểm A, ta thu được vết của điểm H có dạng là một đường tròn.

** Bước 3: Chứng minh.* GV đặt câu hỏi: *Em hãy chứng minh kết quả dự đoán quỹ tích của BT trên phần mềm Cabri?*

· *Phần thuận:* Gọi A' là điểm đối xứng với C qua tâm O; A" đối xứng với B qua tâm O.

Khi A chạy trên cung lớn BmC thì $\widehat{A} = \alpha$, ta xét các trường hợp sau: - Khi A chạy trên cung A'mA" thì $\widehat{A} = \alpha$; ta có: $\widehat{BHC} = 180^\circ - \alpha$ không đổi (*hình 7*). Do đó, H chạy trên cung chứa góc $180^\circ - \alpha$ dựng trên đoạn BC (cung Bm'C); - Khi A chạy trên cung A'pB thì $\widehat{A} = \alpha$, $\widehat{BHC} = \alpha$ không đổi, suy ra H chạy trên cung chứa góc a dựng trên đoạn BC (cung Bp'H') (với H', H" thuộc đường tròn chứa cung α dựng trên đoạn BC và $H'B \perp BC$, $H''C \perp BC$; - Khi A chạy trên cung A"qC ta cũng có: $\widehat{BHC} = \alpha$ không đổi; suy ra H chạy trên cung chứa góc α dựng trên đoạn BC (cung Cq'H").



Hình 7

Khi A chạy trên cung nhỏ BnC thì $\widehat{A} = 180^0 - \alpha$, $\widehat{BHC} = \alpha$ không đổi. Do đó, H chạy trên cung chứa góc α dựng trên đoạn BC (cung H'n'H").

Vậy, khi A chạy trên đường tròn tâm O thì quỹ tích điểm H thuộc đường tròn O' (đường tròn O' hợp nên bởi hai cung chứa góc $180^\circ - \alpha$ và α vẽ trên đoạn BC).

Phần đảo: HS tự chứng minh.

* * *

Vận dụng PPDHKP trong dạy học giải toán tìm quỹ tích với sự trợ giúp của phần mềm Cabri ở phổ thông nhằm góp một phần nhỏ vào công cuộc đổi mới PPDH theo hướng tích cực hóa người học và ứng dụng công nghệ thông tin trong dạy học. GV cần vận dụng linh hoạt PPDH này vào dạy học môn *Toán* ở trường phổ thông. ❑

---

(1) Lê Võ Bình. *Dạy học hình học các lớp cuối cấp trung học cơ sở theo hướng bước đầu tiếp cận phương pháp khám phá*. Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Vinh, 2007.

Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Ngọc Giang. **Khám phá trong giải toán phổ thông bằng các phương pháp toán - tin**. NXB *Giáo dục Việt Nam*, H. 2011.

SUMMARY

As is known, discovery learning is an active teaching - learning method for students. So, to build the process of the use of Cabri dynamic geometry software in solving locus problems according with discovery learning method is an important problem for all of us.

Giúp học sinh rèn luyện...

(Tiếp theo trang 51)

có P∈mp(AMB), F là giao điểm SQ và MP ⇒ F∈mp(MAB); F∈SQ ⇒ F∈mp(SBD) ⇒ F là điểm chung của 2 mặt phẳng (MAB) và SBD).

Từ đó suy ra B, E, F thẳng hàng.

* * *

Thông qua một số bài tập toán hình học không gian ở trung học phổ thông, GV có thể hướng dẫn HS khám phá ra những BT mới từ các BT ban đầu; tạo ra cho các em những cảm giác mới lạ và hứng thú trong học tập. Từ đó, nâng cao sự say mê nghiên cứu khoa học, điều mà vốn dĩ luôn cần thiết đối với HS. ❑

Tài liệu tham khảo

1. G. Polya. **Sáng tạo toán học**. NXB *Giáo dục*, H. 1978.
2. Đào Tam (chủ biên). **Giáo trình hình học sơ cấp**. NXB *Đại học sư phạm*, H. 2004.
3. Đoàn Quỳnh (tổng chủ biên) - Văn Như Cương (chủ biên). **Hình học 11 nâng cao**. NXB *Giáo dục*, H. 2006.

SUMMARY

Creative thinking is a necessary capability for all of people, in every jobs. In mathematic teaching, creative thinking capacity building for the pupils is very important for a teacher. And in geometry of space teaching, there are many conditions to help the pupils training creative thinking. This article mention some examples of creative thinking capacity for students training through the creation of new problems by detecting the nature and phenomena, the content and form of a known problem.