

# KHẮC PHỤC SAI LẦM THƯỜNG GẶP CỦA SINH VIÊN KHI VẬN DỤNG KIẾN THỨC MÔN XÁC SUẤT THỐNG KÊ VÀO MỘT SỐ TÌNH HUỐNG THỰC TIỄN

THS. NGUYỄN THỊ THU HÀ\*

**X**ác suất thống kê (XSTK) là môn học khó, hệ thống ví dụ còn nặng về lý thuyết, chưa gắn với thực tiễn. Đặc biệt, môn XSTK đòi hỏi sinh viên (SV) phải làm quen với kiểu tư duy mang tính biện chứng, cách suy luận không hoàn toàn giống với suy luận của toán học thông thường. Do đó, khi vận dụng XSTK vào các tình huống thực tiễn, SV thường mắc một số sai lầm. Dưới đây, chúng ta sẽ phân tích một số tình huống cụ thể:

## 1. Sai lầm về trực giác xác suất

SV có thể gặp sai lầm do trực giác xác suất sai, chẳng hạn: khi giải các bài toán thực tiễn có sử dụng công thức tính xác suất của một biến cố theo công thức cổ điển, xác suất của biến cố A được tính như

sau:  $P(A) = \frac{m}{n}$ ; với: m là số kết quả thuận lợi, n: là tổng số các kết quả đồng khả năng có thể xảy ra của phép thử.

Như vậy, để tìm P(A), ta cần tìm số các kết quả thuận lợi và tổng số các kết quả đồng khả năng có thể xảy ra của phép thử. Số kết quả có thể có của phép thử lại phụ thuộc vào phép thử. Trong thực tế, nhiều SV chưa nắm vững và xác định đúng không gian mẫu và số các kết quả thuận lợi, dẫn đến mắc sai lầm.

**Ví dụ 1:** Tung con xúc xắc cân đối 2 lần. Tìm xác suất để tổng số chấm trên 2 mặt của 2 con xúc xắc đó là 7.

- **Lời giải thứ nhất:** Có tất cả 11 kết quả có thể có là 2, 3, 4, ..., 12. Chỉ có một kết quả thuận lợi cho tổng là 7, nên  $p = 1/11$ .

- **Lời giải thứ hai:** Đếm tất cả các khả năng có thể xảy ra của bộ các cặp số thể hiện dấu chấm trên mặt xúc xắc, không kể thứ tự lần 1 và lần 2. Có tất cả 21 cặp kết quả như vậy, trong đó, có 3 kết quả thuận lợi là: (1, 6); (2, 5); (3, 4). Vậy,  $p = 3/21 = 1/7$ .

Cả 2 lời giải trên đều sai. Nguyên nhân là do các biến cố đưa ra không đồng khả năng, SV chưa hiểu đúng về không gian mẫu. Không gian mẫu là tập hợp bao gồm tất cả các kết quả có thể có của phép thử. Ở đây, kết quả của phép thử là con xúc xắc thứ nhất xuất

hiện mặt nào, con xúc xắc thứ hai xuất hiện mặt nào, chứ không phải là tổng số chấm xuất hiện trên mặt hai con xúc xắc.

**Hướng khắc phục:** Giảng viên (GV) cần hướng dẫn SV sử dụng phương pháp trực quan và các suy luận hợp lý để phân tích, đánh giá các tình huống xác suất khác nhau, giúp các em phát hiện và điều chỉnh trực giác sai của mình.

**Lời giải đúng:** Để "chính xác hóa" lời giải bài toán, ta phải đếm tất cả các cặp số có kể đến thứ tự giữa lần 1 và lần 2 khi tung con xúc xắc. Tổng số khả năng có thể xảy ra là 36, trong đó có 6 khả năng thuận lợi: (1, 6); (2, 5); (3, 4); (6, 1); (5, 2); (4, 3). Vậy,  $p = 6/36 = 1/6$ .

**Ví dụ 2:** Có hai đội bóng thi đấu, họ thỏa thuận với nhau rằng: đội nào đầu tiên thắng năm trận sẽ nhận được toàn bộ giải thưởng đang thi đấu. Do trời mưa, trận đấu phải dừng lại khi đội thứ nhất thắng 4 ván, đội thứ hai thắng 3 ván. Vậy, cần chia giải thế nào cho hợp lý?

**Sai lầm thường gặp:** Nhiều người cho rằng, cần chia giải thưởng theo tỉ lệ 4:3, cũng có người cho rằng cần chia theo tỉ lệ 3:2 (với lập luận: đội 1 thắng nhiều hơn một ván nên đội 1 nhận hơn 1/5 giải, còn lại chia đôi mỗi đội một nửa).

Tất cả các ý kiến trên đều sai. Nguyên nhân do SV mới chú ý tới mặt toán học và xử lý tính toán trên các con số, chưa quan tâm đến ý nghĩa của các con số đó.

**Hướng khắc phục:** GV cho SV sử dụng trực giác xác suất để dự đoán kết quả bài toán. SV tìm lời giải đúng, sau đó đối chiếu kết quả vừa tìm được với kết quả dự đoán để rút kinh nghiệm xem trực giác của mình đã đúng chưa.

**Lời giải đúng:** Nếu tiếp tục chơi thêm 2 ván "giả" nữa thì xác suất chiến thắng của đội 2 (nhận toàn bộ giải) là:  $1/2 \cdot 1/2 = 1/4$ . Do đó, xác suất chiến thắng của đội 1 là 3/4. Vậy, chia giải theo tỉ lệ 3:1 là hợp lý nhất.

\* Trưởng Đại học Hải Dương

## 2. Sai lầm trong việc vận dụng khái niệm, định lý

Do đặc điểm của môn học, các khái niệm, định lý của môn XSTK còn mang tính trừu tượng nên việc hiểu ý nghĩa hay bản chất của các khái niệm của SV nhiều khi còn mơ hồ, chưa chắc chắn. Chẳng hạn, SV chưa hiểu rõ ý nghĩa của các tham số đặc trưng của đại lượng ngẫu nhiên, nhầm lẫn giữa cái đã có và cái có thể có, giữa đại lượng ngẫu nhiên  $X$  và các giá trị  $x_i$  của đại lượng ngẫu nhiên ấy.

**Ví dụ 3:** Lấy ngẫu nhiên 100 gói chè do một nhà máy đóng gói được khối lượng trung bình là 50gam, một số SV đã kết luận rằng: nếu lấy ngẫu nhiên một gói chè để kiểm tra thì khối lượng của nó chắc chắn là 50gam.

Nguyên nhân của sai lầm trên là do SV chưa nắm vững ý nghĩa của các số đặc trưng của đại lượng ngẫu nhiên mà trước hết là ý nghĩa của số trung bình.

**Ví dụ 4:** Một bác sĩ có tiếng về chữa một loại bệnh nào đó. Xác suất chữa khỏi bệnh là 8/10. Một số SV đã kết luận rằng: cứ 10 người đến chữa chắc chắn có 8 người khỏi bệnh.

Nguyên nhân của sai lầm trên là do SV chưa nắm vững bản chất của xác suất.

**Lời giải đúng:** Nếu khẳng định như vậy là sai vì: khả năng một bệnh nhân được chữa khỏi là 0,8; nếu 10 người đến chữa thì số người khỏi có thể là 0 là 1, ..., 9, thậm chí là 10; nhưng số người khỏi có khả năng cao nhất là 8 người. Xác suất xảy ra trường hợp có 8 người khỏi bệnh là:  $C_{10}^8 (0,8)^8 (0,2)^2 \approx 0,302$ , mà không phải xác suất là 1.

## 3. Sai lầm trong suy luận

**Ví dụ 4** (sử dụng công thức Bayes): Giả sử có một loại bệnh mà tỉ lệ người mắc bệnh là 1/1000 và có một loại xét nghiệm, mà ai mắc bệnh khi xét nghiệm cũng ra phản ứng dương tính, nhưng tỉ lệ dương tính nhầm là 5% (tức là trong số những người không bị bệnh có 5% số người thử ra phản ứng dương tính). Hỏi khi một người xét nghiệm bị phản ứng dương tính, khả năng mắc bệnh của người đó là bao nhiêu?

**Lời giải thường gặp:** Phần lớn SV sẽ trả lời là: 95% (= 100% - 5%).

**Lời giải trên là sai**, một trong các lỗi mà SV thường gặp phải là các em nhầm lẫn giữa  $P(A/B)$  và  $P(B/A)$ , khi coi hai con số này là như nhau; tuy nhiên, hai công thức xác suất này có ý nghĩa hoàn toàn khác nhau.

**Lời giải đúng:** Để giải bài toán này, ta sẽ sử dụng công thức Bayes. Nếu kí hiệu  $K$  là biến cố "không bị bệnh",  $D$  là biến cố "phản ứng dương tính" thì

con số 5% là xác suất có điều kiện  $P(D/K)$  (xác suất có phản ứng dương tính khi không bị bệnh),  $P(K/D)$  sẽ là xác suất không bị bệnh mà có phản ứng dương tính.

Sử dụng công thức Bayes để tính  $P(K/D)$ , ta có:

$$P(K/D) = \frac{P(K).P(D/K)}{P(\bar{K}).P(D/\bar{K}) + P(K).P(D/K)}$$

Từ giả thiết của bài toán suy ra:  $P(D/K) = 5/100$ ,  $P(K) = 1 - 1/1000 = 999/1000$ ,  $P(\bar{K}) = 1/1000$ ,

$P(D/\bar{K}) = 1$  và  $P(\bar{K}).P(D/\bar{K}) + P(K).P(D/K) = (1/1000).1 + (999/1000).(5/100) \approx 51/1000$ . Suy ra:  $P(K/D) = (5/100).(999/1000)/(51/1000) \approx 0,98$ .

Như vậy, trong số những người xét nghiệm cho kết quả dương tính, có khoảng 98% số người là không bị bệnh. Nói cách khác, khi xét nghiệm ra dương tính, xác suất để thực sự mắc bệnh chỉ có 2%.

**Hướng khắc phục:** Khi giải các bài toán về tính xác suất của một biến cố theo công thức xác suất đầy đủ - công thức Bayes, SV cần chỉ ra được một nhóm đầy đủ các biến cố. Nếu phép thử gồm hai giai đoạn, biến cố  $A$  liên quan đến giai đoạn sau, thì các kết quả có thể có của giai đoạn đầu chính là một nhóm đầy đủ cần tìm.

\*\*\*

Trong giảng dạy XSTK, việc GV liên hệ với các bài tập thực tiễn là cần thiết, nhằm cung cấp cho SV những kiến thức về thực tiễn nghề nghiệp cũng như kĩ năng thực hành, tạo điều kiện cho các em hình thành lối suy nghĩ, phân tích, phán đoán và kĩ năng giải quyết vấn đề, giúp SV hiểu được ý nghĩa của môn học. Từ đó góp phần nâng cao hiệu quả dạy học môn XSTK. □

## Tài liệu tham khảo

1. Tô Văn Ban. **Xác suất thống kê**. NXB Giáo dục Việt Nam, H. 2010.
2. Lê Thị Hoài Châu. **Dạy học Xác suất - Thống kê ở trường phổ thông**. NXB Đại học sư phạm TP. Hồ Chí Minh, 2012.
3. Nguyễn Bá Kim. **Phương pháp dạy học môn Toán**. NXB Đại học sư phạm, H. 2004.
4. Bùi Văn Nghị. **Phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán**. NXB Đại học sư phạm, H. 2008.
5. Đào Hữu Hồ. **Hướng dẫn giải các bài toán xác suất - thống kê**. NXB Đại học quốc gia, H. 2007.

(Xem tiếp trang 44)

**Bảng 3. Tính sai phạm KN đọc từ TV**

TT	Các từ	Các mức của tính sai phạm										ĐTB		
		Hoàn toàn không mắc lỗi		Hầu như không mắc lỗi		Mắc ít lỗi		Mắc nhiều lỗi		Mắc rất nhiều lỗi				
		SL	%	SL	%	SL	%	SL	%	SL	%			
1	dề			40	19,0	165	78,6	5	2,4					3,16
2	gió			5	2,4	170	81,0	35	16,7					2,85
3	rổ rá					15	7,1	180	85,7	15	7,1			2,00
4	yên ngựa					10	4,8	145	69,0	55	26,2			1,78
5	chạy đưôm					5	2,4	150	71,4	55	26,2			1,76
6	chuồn			80	38,1	115	54,8	15	7,1					3,30
7	nhất			100	47,6	85	40,5	25	11,9					3,35
8	thắt chặt					45	21,4	160	76,2	5	2,4			2,19
9	vuôn vai			5	2,4	20	9,5	140	66,7	45	21,4			1,92
10	tim kiếm					10	4,8	115	54,8	85	40,5			1,84
11	nhật			85	40,5	110	52,4	15	7,1					3,33
12	trượt			45	21,4	125	59,5	40	19,0					3,02
13	nhuôm vải					35	16,7	170	81	5	2,4			2,14
14	thắt chặt					15	7,1	160	76,2	35	16,7			1,90
15	sút bóng					20	9,5	140	66,7	50	23,8			1,85
16	trườn			65	31,0	130	61,9	15	7,1					3,23
17	giống			30	14,3	120	57,1	55	26,2	5	2,4			2,83
18	lười riu					45	21,4	125	59,5	40	19,0			2,02
19	vía hè					30	14,3	140	66,7	40	19,0			1,95
20	giã yếu					20	9,5	145	69,0	45	21,4			1,88
21	chuồn			85	40,5	110	52,4	15	7,1					3,33
22	ruộng			80	38,1	75	35,7	55	26,2					3,11
23	đôi kính			5	2,4	65	31,0	125	59,5	15	7,1			2,28
24	ống nhôm			5	2,4	10	4,8	150	71,4	45	21,4			1,88
25	nường rẫy					15	7,1	95	45,2	100	47,6			1,59
Tổng													2,41	

khoảng thời gian đọc giữa hai tiếng của 1 từ là khá lâu, chỉ đến khi người nghiên cứu nhắc, các em mới tiếp tục đọc. Lỗi này có thể do năng lực đọc yếu và sức tập trung chú ý của trẻ vào quá trình đọc còn hạn chế.

Từ kết quả nghiên cứu ta thấy, mức độ về tính sai

phạm KN đọc từ TV của HS lớp 1 người DT Cơ Ho đạt ở mức "yếu" với ĐTB là 2,41.

\*\*\*

Như vậy, ở ba tiêu chí xem xét (tính thuần thực, tính linh hoạt, tính sai phạm), mức độ KN đọc từ TV của HS lớp 1 người DT Cơ Ho còn rất thấp, chỉ ở mức yếu. Nhà trường tiểu học và giáo viên trực tiếp giảng dạy cần tìm phương án thay đổi để ngày càng nâng cao KN ngôn ngữ nói chung và KN đọc TV nói riêng cho trẻ. □

**Tài liệu tham khảo**

1. Bộ GD-ĐT. **Chương trình Tiểu học**. NXB Giáo dục, H. 2002.
2. Bùi Minh Đạo. **Dân tộc Cơ Ho ở Việt Nam**. NXB Khoa học xã hội, H. 2001.
3. UBND tỉnh Lâm Đồng. **Ngữ pháp tiếng Cơ Ho**. 1988.
4. Brant W. Riedel. "The relation between Dibels, reading comprehension, and vocabulary in urban first-grade students". (Reading Research Quarterly) Volume 42, Issue 4, pages 546-567, October - December 2007.

**SUMMARY**

*For Co Ho minority 1 grade, Vietnamese language is second language. Thus reading Vietnamese skill is one of the basic languages of 1 grade to study knowledge. According to the result of study, Vietnamese language reading word skill of Co Ho minority 1 grade is weak level.*

**Một số vấn đề về dạy học...**

(Tiếp theo trang 25)

Moving beyond knowledge for practice. In C. Day and J. Sachs (Eds.). International handbook on the continuing professional development of teachers (pp. 217-237). Maidenhead: Open University Press; 2004.

**SUMMARY**

*Following the second, the third cycle of in-service preschool, secondary teachers training, Ministry of Education and Training has implemented in-service teachers training programs, in the spirit of innovation to improve the quality and effectiveness. Based on the research of andragogy adult learning theory (model of Malcolm Knowles), this article present the view of the in-service teachers training programs of Ministry of Education and Training and identify the key factors affecting these programs in accordance with the principle of adult learner s in andragogy theory.*

**Khắc phục sai lầm thường gặp...**

(Tiếp theo trang 53)

**SUMMARY**

*Probability is one of the subjects most difficult for students with any thoughts or inference ways not absolutely similar to common mathematics. It is the subject that is to be used for dealing with many issues concerning solutions of sciences that include sociology, education, economics, technology and medicines. During the applications of this subject to solving certain real situations, the students normally meet with hindrances in relation to their wrong inferences, the subject's deceive probable visions, the students' inability to comprehend any conceptual nature, In addition to their premature skills in applications of general knowledge. This essay aims at explaining the reasons and subsequently recommending solutions to the problems so that the effectiveness of any applications of probability subject can be increased.*