VẬN DỤNG NGUYÊN TẮC "ĐẢO NGƯỢC" CỦA ALTSHULLER TRONG DẠY HỌC GIẢI TOÁN Ở TRƯỜNG PHỔ THÔNG

○ ThS. THÁI THỊ HỒNG LAM*

Trong dạy học Toán, giải toán là một hoạt động chủ yếu và quan trọng của học sinh (HS). Vấn đề đặt ra là với một bài toán, làm thế nào để tìm được phương pháp giải, đặc biệt là phương pháp hay, độc đáo. Nguyên tắc «Đảo ngược" là một trong những thủ thuật có thể giúp học sinh (HS) khắc phục tính ỳ tâm lí, linh hoạt và sáng tạo hơn trong cách tư duy để tìm lời giải bài toán. Bài viết đề cập việc vận dụng nguyên tắc «Đảo ngược" (nguyên tắc thứ mười ba trong 40 nguyên tắc sáng tạo của Altshuller) vào việc tìm cách giải các bài tập toán trong dạy học Toán (chủ đề kiến thức về phương trình (PT), bất PT, bất đẳng thức trong Đại số 10).

1. Nguyên tắc «Đảo ngược"

Khi vận dụng nguyên tắc «Đảo ngược" trong quá trình giải toán, thay vì thực hiện yêu cầu của bài toán, chúng ta đảo ngược vấn đề và thực hiện các yêu cầu ngược lại.

Hiện thực khách quan bao gồm một số mặt đối lập (khác nhau, ngược nhau, loại trừ và bù trừ nhau,...). Việc xem xét nhiều mặt của một vấn đề nhằm tăng tính bao quát, toàn diện, đầy đủ, có thể giúp HS linh hoạt trong suy nghĩ và trong cách giải quyết vấn đề. Sự đảo ngược vấn đề sẽ phá vỡ lối tư duy thông thường và phát triển được tư duy sáng tạo cho người học.

2. Một số cách thức vận dụng nguyên tắc «Đảo ngược" trong giải toán

1) Nếu giải bài toán cho trước (bài toán thuận) gặp khó khăn với nhiều trường hợp, ta nghĩ đến việc xét bài toán gián tiếp (bài toán ngược) có thể ít trường hợp, ít rắc rối hơn. Trong hoạt động giải toán, nếu bài toán đã cho khá phức tạp, người giải toán cần linh hoạt chuyển hướng suy nghĩ, có thể nghĩ đến việc xét bài toán ngược. Chúng ta cũng nên xem xét khả năng giải bài toán ngược trong những điều kiện, tình huống cụ thể, chẳng hạn như với những bài toán liên quan đến tìm điều kiện của tham số để bất PT hoặc hệ PT có nghiệm, vô nghiệm.

Ví dụ: Tìm điều kiện của tham số m để bất PT sau có nghiệm

$$mx^2 + (m + 1)x - 7 \geq 0 \ (1)$$

Nếu giải bài toán này trực tiếp thì HS phải xét khá nhiều trường hợp phức tạp. GV có thể hướng dẫn HS chuyển hướng sang giải bài toán: *«Tìm m để bất PT: $mx^2 + (2m + 1)x - 7 \geq 0$ (2) vô nghiệm"*. Lúc này, GV có thể hướng dẫn HS phát biểu bài toán mới theo hình thức khác: một bất đẳng thức $f(x) \geq 0$ vô nghiệm có nghĩa là không tồn tại x để $f(x) \geq 0$, điều này tương đương với $f(x) < 0$ với $\forall x \in R$. Đây là bài toán cơ bản đối với HS lớp 10.

2) Thay đổi vai trò của các yếu tố trong bài toán

Ví dụ: Giải PT: $x^4 - 2mx^2 + x + m^2 - m = 0$ (m là tham số). Với PT này, nếu HS giải theo cách thông thường (tính x theo m) thì sẽ gặp khó khăn vì đây là PT bậc 4 ẩn x không có dạng đặc biệt, cũng không nhẩm được nghiệm. Quan sát PT, ta dễ dàng nhận thấy bậc của x khá lớn mà bậc của m chỉ là 2, như vậy, ta sẽ xét PT đã cho như là PT bậc 2 đối với ẩn m. Khi đó, ta tính được $m = x^2 + x$, hoặc $m = x^2 - x + 1$, đây là những PT bậc hai ẩn x chứa tham số m, HS đã biết cách giải. Tuy nhiên, GV cần quan tâm đến việc rèn luyện tính linh hoạt, tính sáng tạo cho HS.

3) Sử dụng phương pháp suy ngược từ kết quả. Một bài toán thường gồm hai phần: *Phần giả thiết* và *phần kết luận*. Để giải một bài toán, trước hết, ta cần phân tích giả thiết, sau đó huy động kiến thức đã biết (định nghĩa, định lí, quy tắc...), từng bước suy luận, tính toán đến khi tìm được kết quả. Nghĩa là đi từ «cái đã biết" để cuối cùng thu được «cái cần tìm hoặc cần chứng minh". Đó là phép tổng hợp (phép suy xuôi). Tuy nhiên, trong hoạt động giải toán, nếu HS thiếu sự định hướng đúng đắn, sau một số phép biến đổi, bài toán trở nên phức tạp hơn, đôi khi lại trở

* Trường Đại học Vinh

về bài toán ban đầu. Để có được sự định hướng đúng, chúng ta cần biết xuất phát từ kết luận, từng bước truy ngược cho đến khi liên kết được với các dữ kiện đã biết. Phương pháp này ngược với phép tổng hợp (gọi là phép suy ngược).

Ví dụ: Cho $|a|<1$; $|b|<1$. Chứng minh $\left|\frac{a+b}{1+ab}\right|<1$ (1).

Nhận xét: Từ giả thiết $|a|<1$, $|b|<1$, HS cần biến đổi để chứng minh bất đẳng thức (1). Ta sử dụng phép suy ngược để giải bài toán. Cụ thể:

$\left|\frac{a+b}{1+ab}\right|<1 \Rightarrow |a+b|<|1+ab| \Rightarrow (a+b)^2<(1+ab)^2$

$\Rightarrow a^2 + 2ab + b^2 < 1 + 2ab + a^2b^2 \Rightarrow a^2 + b^2 < 1 + a^2b^2 \Rightarrow a^2 + b^2 - 1 - a^2b^2 < 0 \Rightarrow (b^2 - 1)(1 - a^2) < 0 \Rightarrow a^2 < 1$ và $b^2 < 1$ hoặc $a^2 > 1$ và $b^2 > 1$ $\Rightarrow |a| < 1$ và $|b| < 1$ hoặc $|a| > 1$ và $|b| > 1$.

Theo giả thiết: $|a| < 1$, $|b| < 1$, dùng cách suy ngược lại, ta chứng minh được bài toán.

4) Sử dụng phương pháp chứng minh phản chứng. Đây là phép chứng minh thông dụng trong toán học, được sử dụng khi quá trình chứng minh $A \Rightarrow B$ gặp khó khăn nhưng chứng minh $\overline{B} \Rightarrow \overline{A}$ thuận lợi hơn.

Ví dụ: Cho các số a_1; a_2; b_1; b_2 thỏa mãn: $a_1 + a_2 = 2b_1b_2$. Chứng minh rằng có ít nhất một trong hai bất đẳng thức sau là đúng: $b_1^2 \geq a_1$; $b_2^2 \geq a_2$.

Nhận xét: Vì vai trò của a_1; a_2 bình đẳng, b_1; b_2 cũng bình đẳng nên việc chỉ ra được bất đẳng thức nào đúng là rất khó với HS. Điều này gợi cho chúng ta nghĩ đến việc sử dụng phép chứng minh phản chứng.

Chứng minh: Giả sử hai bất đẳng thức đều sai, nghĩa là $b_1^2 < a_1$; $b_2^2 < a_2$ hay $b_1^2 - a_1 < 0$ và $b_2^2 - a_2 < 0 \Rightarrow (b_1^2 - a_1) + (b_2^2 - a^2) < 0 \Rightarrow b_1^2 + b_2^2 - (a_1 + a_2) < 0 \Rightarrow b_1^2 + b_2^2 - 2b_1b_2 < 0 \Leftrightarrow (b_1 - b_2)^2 < 0$. Điều này vô lí. Vậy, điều giả sử là sai, suy ra ít nhất một trong hai bất đẳng thức $b_1^2 \geq a_1$, $b_2^2 \geq a_2$ là đúng.

Trong toán học, nếu mệnh đề $A \Rightarrow B$ là đúng thì A là điều kiện đủ để có B, và B là điều kiện cần để có A. Nghĩa là, nếu có A thì sẽ có B. Dựa vào mối liên hệ trên, chúng ta có thể sử dụng phương pháp sau vào giải toán:

5) Xét điều kiện cần và đủ. Với những bài toán tìm tham số m để PT hoặc hệ PT thỏa mãn điều kiện cho trước thì việc chỉ ra ngay được tất cả các giá trị của m thỏa mãn là rất khó đối với HS. Câu hỏi đặt ra là: Liệu còn giá trị nào của m thỏa mãn nữa hay không? Đó có phải là giá trị duy nhất không?. Để giải quyết được vấn đề này, GV có thể gợi ý cho HS xét điều kiện cần của bài toán để tìm miền giới hạn của tham số. Từ đó, kết hợp với việc xét điều kiện đủ sẽ tìm được giá trị của tham số thỏa mãn yêu cầu bài toán.

Ví dụ 1: Tìm các giá trị của tham số m để hai PT sau tương đương: $x - 2 = 0$ (1) và $mx^2 - (3m + 1)x + m + 3 = 0$ (2) (m là tham số).

Cách giải: Điều kiện cần: Hai PT tương đương với nhau thì nghiệm $x = 2$ của PT (1) cũng là nghiệm của PT (2), nghĩa là: $m.(2)^2 - (3m + 1).2 + m + 3 = 0 \Leftrightarrow m - 1 = 0$ hay $m = 1$.

Điều kiện đủ: Với $m = 1$, PT (2) trở thành:

$x^2 - 4x + 4 = 0$ hay $(x - 2)^2 = 0 \Leftrightarrow x = 2$

Vậy, với $m = 1$ thì hai PT đã cho tương đương với nhau.

Ví dụ 2: Tìm m để hệ PT sau có nghiệm duy nhất:

$$\begin{cases}\sqrt{6+x}+\sqrt{3-y}=m\\ \sqrt{6+y}+\sqrt{3-x}=m\end{cases}$$

Nhận xét: Bài toán này có thể có nhiều cách giải, cách giải dưới đây là một trong những cách giải đơn giản nhất.

Hệ PT đã cho được viết dưới dạng:

$$\begin{cases}\sqrt{3-(-3-x)}+\sqrt{6+(-3-y)}=m\\ \sqrt{3-(-3-y)}+\sqrt{6+(-3-x)}=m\end{cases}.$$

Đổi 2 PT cho nhau, ta được hệ PT:

$$\begin{cases}\sqrt{6+(-3-x)}+\sqrt{3-(-3-y)}=m\\ \sqrt{6+(-3-y)}+\sqrt{3-(-3-x)}=m\end{cases}.$$

Điều kiện cần: Nhận thấy nếu (x, y) là nghiệm thì $(-3 - x; -3 - y)$ cũng là nghiệm của hệ. Vì hệ có nghiệm duy nhất, nên $x = -3 - x$; $y = -3 - y$; suy ra $x=-\frac{3}{2}$ và $y=-\frac{3}{2}$. Thay vào một trong hai PT ban đầu ta được $m=3\sqrt{2}$.

Điều kiện đủ: Thay $m=3\sqrt{2}$ vào hệ PT đã cho, ta được hệ PT đối xứng loại hai đã có cách giải. Dựa vào hệ PT này có nghiệm duy nhất hay không ta có thể kết luận về giá trị của $m=3\sqrt{2}$.

Với những dạng toán này, GV cần lấy thêm ví dụ mà khi xét điều kiện đủ có những giá trị của tham số m không thỏa mãn nhằm tránh cho

(Xem tiếp trang 36)

Rõ ràng, nếu chỉ dựa vào tài liệu mà không hiểu vấn đề, SV khó có thể làm được những đề kiểm tra hoặc đề thi như trên. Việc đổi mới cách kiểm tra, đánh giá như vậy vừa có tác dụng hạn chế tình trạng quay cóp, vừa giúp SV biết cách vận dụng những tri thức lí luận vào việc giải quyết các vấn đề thực tiễn một cách linh hoạt, sáng tạo.

Ngoài ra, để nâng cao hiệu quả gắn lí luận với thực tiễn dạy học các môn khoa học Mác-Lênin, GV cần chú ý việc đưa thực tiễn vào bài học sao cho hợp lí. Thực tiễn phải điển hình, nổi bật; các sự kiện phải mang tính thời sự, có thực, không thêm bớt; liên hệ thực tế phải sát và phù hợp với những vấn đề lí luận mà GV muốn chứng minh. Đối với mỗi vấn đề thực tiễn đưa ra, GV cần phân tích để người học nhận biết nội dung thực tiễn này gắn với vấn đề lí luận nào. Tất nhiên, không phải nội dung lí luận nào cũng phải có liên hệ thực tế, chỉ những nội dung quan trọng, cần thiết, để bài giảng không biến thành buổi nói chuyện thời sự.

Tóm lại, gắn lí luận với thực tiễn trong dạy học luôn là một yêu cầu thường xuyên và cấp thiết, đặc biệt là đối với GV giảng dạy các môn khoa học Mác-Lênin. Bài giảng lí luận có tính thực tiễn sẽ làm cho các vấn đề từ trừu tượng trở nên gần gũi, từ khó hiểu và phức tạp trở nên giản dị, dễ tiếp thu. Do vậy, GV cần tăng cường hơn nữa việc gắn lí luận với thực tiễn trong dạy học, đồng thời hướng dẫn người học vận dụng những tri thức lí luận vào giải quyết các tình huống trong thực tiễn một cách hiệu quả nhất. Từ đó, SV sẽ hứng thú hơn trong học tập, vận dụng các kiến thức khoa học đó vào ngành nghề của bản thân một cách chủ động nhất, tích cực nhất để đáp ứng nhu cầu và mục tiêu của quá trình đào tạo. ❑

Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Mai Hương. "Cải tiến phương pháp học tập của sinh viên - yếu tố quan trọng để triển khai đổi mới phương pháp giảng dạy ở đại học". Tạp chí *Phát triển giáo dục*, H. 2005.
2. Đinh Xuân Khuê. "Một số yêu cầu đổi mới giảng dạy các môn lí luận Mác-Lênin, tư tưởng Hồ Chí Minh ở các trường cao đẳng, đại học hiện nay". Tạp chí *Phát triển giáo dục*, H. 2005.
3. Trần Minh Ngọc. "Tư tưởng Hồ Chí Minh về đổi mới phương pháp dạy học". Tạp chí *Giáo dục lí luận chính trị*, H. 2005.

SUMMARY

Associating theory with practice in teaching Marxist-Leninist science in general and subjects of the basic principles of Marxism-Leninism in particular is an urgent need in order to promote positiveness of students. Due to mastering the science knowledge well, students can apply it creatively in his study and his job to meet the objectives of the training process at university or college associated with occupational skills standards.

Vận dụng nguyên tắc...

(Tiếp theo trang 45)

HS hiểu nhầm là tất cả các giá trị của tham số tìm được trong điều kiện cần là thỏa mãn, dẫn đến suy nghĩ không cần xét điều kiện đủ.

Trong chương trình **Đại số 10**, để giải PT $f(x) = g(x)$ (*), HS thường tìm điều kiện của ẩn x để biến đổi về PT mới (đã có cách giải) tương đương với PT ban đầu. Tuy nhiên, trong trường hợp tìm điều kiện của x gặp khó khăn, người ta thường đưa PT (*) về PT hệ quả, sau đó giải PT này để tìm x. Vì vậy, sau khi tìm được giá trị của x, HS cần kiểm tra lại xem những giá trị đó có phải là nghiệm của PT đã cho hay không.

* * *

Như vậy, nguyên tắc «Đảo ngược" là một thủ thuật trong tư duy sáng tạo. Vì vậy, GV cần quan tâm, bồi dưỡng và rèn luyện cho HS để các em hình thành thói quen xem xét vấn đề theo chiều ngược lại và biết vận dụng linh hoạt trong quá trình giải toán. ❑

Tài liệu tham khảo

1. Phan Dũng. **Các thủ thuật (nguyên tắc) sáng tạo cơ bản**. NXB *Trẻ*, TP. Hồ Chí Minh, 2010.
2. Nguyễn Bá Kim (chủ biên). **Phương pháp dạy học môn Toán**. NXB *Đại học sư phạm*, H. 2004.
3. Đoàn Quỳnh (tổng chủ biên) - Nguyễn Huy Đoan (chủ biên) - Nguyễn Xuân Liêm - Đặng Hùng Thắng - Trần Văn Vuông. **Đại số 10 nâng cao**. NXB *Giáo dục*, H. 2006.
4. Đào Văn Trung. **Làm thế nào để học tốt toán phổ thông**. NXB *Giáo dục*, H. 1996.

SUMMARY

In activities of solving problems, a common difficulty is how to find a method of solving problems, especially the interesting, unique methods. The "Reverse" principle is one of tips that can help pupils overcome their psychological inertia, flexible and creative in the way of thinking to find methods of solving the problem.