

THIẾT KẾ TÌNH HUỐNG DẠY HỌC QUY TRÌNH XÁC ĐỊNH THIẾT DIỆN CỦA HÌNH CHÓP CẮT BỞI MỘT MẶT PHẪNG TỪ GIAO TUYẾN GỐC Ở TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

○ PGS. TS. BÙI VĂN NGHI* - ThS. NGUYỄN TIẾN TRUNG**

Xác định thiết diện (trên hình biểu diễn) là dạng toán phổ biến, chiếm tỉ lệ khá lớn trên tổng số các bài toán trong các sách giáo khoa, sách bài tập hình học 11 (cả ban cơ bản và ban nâng cao). Theo thống kê của chúng tôi, trong sách giáo khoa cơ bản có 7 bài, trong sách bài tập có 23 bài; trong sách giáo khoa nâng cao có 20 bài, trong sách bài tập có 24 bài. Như vậy, có 74 bài toán xác định hình trên tổng số 324 bài tập (tỉ lệ 22,8%). Xác định thiết diện là một dạng toán khó đối với học sinh (HS) vì nó đòi hỏi các em phải có trí tưởng tượng không gian và phải nắm vững các khái niệm và tính chất cơ bản của hình học không gian. Đây cũng là một dạng toán then chốt, vì nếu không xác định được thiết diện thì sẽ không tính được diện tích của thiết diện, thể tích khối đa diện mà thiết diện là một mặt của nó. Bởi vậy, rèn luyện kĩ năng giải toán liên quan đến thiết diện là một nhiệm vụ quan trọng trong dạy học phần *Hình học* cho HS lớp 11. Bài viết trình bày một tình huống dạy học về: *Xây dựng quy trình xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi một mặt phẳng nhờ giao tuyến gốc* (còn gọi là phương pháp giao tuyến gốc, phương pháp vết).

1. Thiết diện và bài toán xác định thiết diện

Nếu cắt hình chóp (H) bằng một mặt phẳng (α) thì phần mặt phẳng (α) gồm các điểm thuộc và nằm trong (H) tạo nên một đa giác, gọi là thiết diện của (H) cắt bởi mặt phẳng (α). Mặt phẳng (α) được gọi là mặt cắt. Thiết diện có các cạnh được xác định bởi các giao tuyến của mặt phẳng (α) và một số mặt của (H), có các đỉnh là giao điểm của mặt phẳng (α) với một số cạnh của (H). Như vậy, bài toán xác định thiết diện về hai bài toán cơ bản là xác định giao

tuyến giữa hai mặt phẳng và xác định giao điểm của đường thẳng với mặt phẳng.

Ý tưởng của phương pháp giao tuyến gốc là: Để xác định thiết diện của hình chóp (H) cắt bởi mặt phẳng (α), trước hết, ta xác định giao tuyến của mặt phẳng (α) với mặt đáy của (H). Trên mặt phẳng đáy, xác định giao điểm của giao tuyến vừa tìm được với các đường thẳng chứa cạnh đáy của (H). Từ các giao điểm này sẽ xác định được giao tuyến của mặt phẳng (α) với các mặt khác của (H). Giao tuyến giữa mặt phẳng (α) và mặt phẳng đáy của (H) được gọi là *giao tuyến gốc* (hay còn gọi là vết của mặt phẳng (α) trên đáy của (H)).

Trong các bài toán xác định thiết diện, mặt phẳng (α) thường được xác định bởi 3 điểm không thẳng hàng, hai đường thẳng cắt nhau, hoặc bởi 2 đường thẳng song song.

2. Quy trình xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi một mặt phẳng (quy trình xác định thiết diện từ giao tuyến gốc hay phương pháp giao tuyến gốc)

Quy trình gồm các hoạt động sau:

Hoạt động 1: Giáo viên (GV) tổ chức cho HS giải một số ví dụ nhằm hình thành quy trình xác định thiết diện (tình huống hoạt động):

Ví dụ 1: Cho hình chóp S.ABCD có đáy ABCD là hình bình hành (*hình 1*). Gọi M, N và P lần lượt là trung điểm của các cạnh AB, AD và SC. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP).

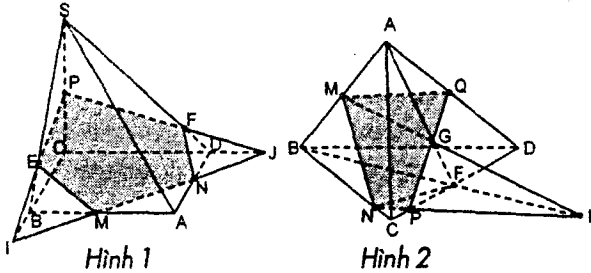
* GV có thể đàm thoại với HS thông qua những câu hỏi như: Ta có thể xác định được ngay giao tuyến của mặt phẳng cắt với mặt nào của hình chóp? Ta cần phải xác định giao tuyến của mặt cắt với các mặt phẳng nào khác của

* Trường Đại học sư phạm Hà Nội

** Nhà xuất bản Đại học sư phạm

hình chóp? Trên các mặt đó, đã xác định được các điểm chung nào? Từ điểm chung đó, có thể tìm thêm điểm chung nào nữa không? Từ đó, xác định thiết diện.

* *Lời giải:* Trong mặt phẳng (ABCD), gọi I, J lần lượt là giao điểm của MN với BC, CD. Trong mặt phẳng (SCD), kẻ PJ cắt SD tại F; trong mặt phẳng (SBC), kẻ IP cắt SB tại E. Khi đó, ngũ giác MNFPE là thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (MNP).



Ví dụ 2: Cho hình tứ diện ABCD (hình 2). Gọi M là trung điểm của cạnh AB và G là trọng tâm của tam giác ACD. N là một điểm bất kì thuộc cạnh BC. Xác định thiết diện khi cắt tứ diện bởi mặt phẳng (MNG).

* Tương tự ví dụ 1, GV có thể đàm thoại với HS như sau: Với bài toán này, ta đã xác định được ngay giao tuyến với một mặt phẳng nào chưa? Mặt phẳng nào có khả năng xác định giao tuyến nhiều hơn, hãy chọn một mặt phẳng như thế. Nếu chọn mặt phẳng (BCD) thì ta xác định giao tuyến như thế nào? Từ giao tuyến đó, có xác định thêm được các giao tuyến khác không và nếu được thì xác định như thế nào?

* *Lời giải:* **Bước 1:** Trong mặt phẳng (ACD), kẻ AG cắt CD tại F. Trong mặt phẳng ABF, MG cắt FB tại I. Khi đó, I thuộc mặt phẳng (BCD), nghĩa là NI là giao tuyến của (MNG) với mặt phẳng (BCD); **Bước 2:** Trong mặt đáy (BCD), kẻ NI cắt CD tại P (đoạn NP là giao tuyến của mặt phẳng (MNG) với mặt phẳng (BCD)); **Bước 3:** Trong mặt phẳng (ACD), kẻ PG cắt AD tại Q (đoạn PQ là giao tuyến giữa mặt phẳng (MNG) với mặt phẳng (ACD)). Trong mặt phẳng (ABD), nối M với Q ta được MQ là giao tuyến giữa mặt phẳng (MNG) với mặt phẳng (ABD). Khi đó, thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (MNG) là tứ giác MNPQ.

Hoạt động 2: Phát hiện, đề xuất quy trình

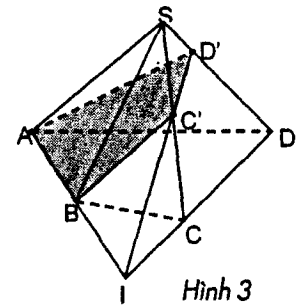
xác định thiết diện của hình chóp (tình huống giao tiếp, tình huống xác nhận).

Trong quá trình giải hai bài toán trên, GV đã hướng dẫn HS thực hiện các hoạt động lặp đi lặp lại theo một quy trình nhất định, bắt đầu từ việc xác định giao tuyến của mặt cắt với một mặt phẳng đáy của hình chóp. Câu hỏi đặt ra cho HS là: Ta có thể đưa ra một quy trình có tính thuật toán để xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi một mặt phẳng không song song với đáy của hình chóp hay không và quy trình đó như thế nào?

Với câu hỏi này, HS có thể đề xuất những quy trình theo sự tư duy của các em, sau đó thảo luận, kiểm chứng tính đúng đắn, tính hiệu quả của quy trình. Cuối cùng là hoàn thiện quy trình.

GV có thể hướng dẫn HS phát biểu quy trình đó như sau: **Bước 1:** Xác định giao tuyến d của mặt phẳng (α) với mặt phẳng đáy của hình chóp; **Bước 2:** Xác định giao điểm của mặt phẳng (α) với các cạnh của đáy (giao với các cạnh của mặt phẳng đó); **Bước 3:** Xác định các giao tuyến của mặt bên hình chóp với mặt phẳng (α) , từ đó xác định thiết diện.

Hoạt động 3: Sau khi đã hình thành và phát biểu quy trình xác định thiết diện theo phương pháp giao tuyến gốc, GV tổ chức cho HS giải ba bài toán sau (tình huống xác nhận):



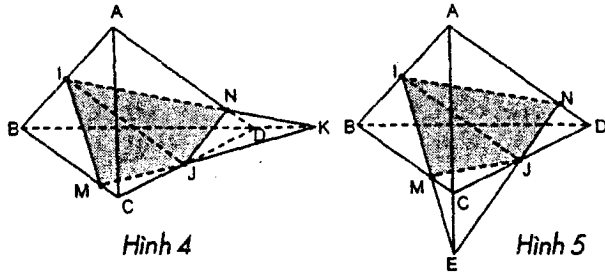
Bài tập 1: Cho hình chóp S.ABCD, trong đó, đáy ABCD có AB không song song với CD. Điểm C' thuộc cạnh SC (hình 3). Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (ABC').

* *Lời giải:* **Bước 1:** Dễ thấy rằng AB chính là giao tuyến gốc; **Bước 2:** Trong mặt phẳng ABCD, kẻ AB cắt CD tại I; **Bước 3:** Trong mặt phẳng (SCD), kẻ IC' cắt SD tại D'. Thiết diện là tứ giác ABC'D'.

Bài tập 2: Cho tứ diện ABCD. Gọi I, J lần lượt là trung điểm của AB và CD. Một mặt phẳng (α) qua I và điểm M thuộc cạnh BC ($BM = 3MC$). Xác định thiết diện của tứ diện với mặt phẳng (α) .

* *Phân tích:* - Ta cần xác định giao điểm của mặt phẳng (α) với cạnh AD. Đã có giao tuyến

gốc nào chưa? (ở đây có thể có hai giao tuyến gốc là MJ hoặc IM tùy vào việc chọn mặt phẳng đáy là (BCD) hoặc (ABC); - Nếu chọn MJ là giao tuyến gốc thì ta cần xác định giao điểm của MJ với đường thẳng chứa cạnh nào của mặt đáy (BCD)? (đường thẳng BD). Từ đó, xác định được thiết diện; - Nếu chọn IM là giao tuyến gốc thì ta cần xác định giao điểm của IM với đường thẳng chứa cạnh nào của mặt đáy (ABC)? (đường thẳng AC). Từ đó, xác định thiết diện.



Hình 4

Hình 5

* *Lời giải:* Cách 1: Bước 1: Chọn mặt đáy là mặt phẳng (BCD). Trong mặt phẳng (BCD), kẻ MJ cắt BD tại K; Bước 2: Trong mặt phẳng (ABD), kẻ IK cắt AD tại N; Bước 3: Như vậy, thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (α) là tứ giác MJNI (xem hình 4).

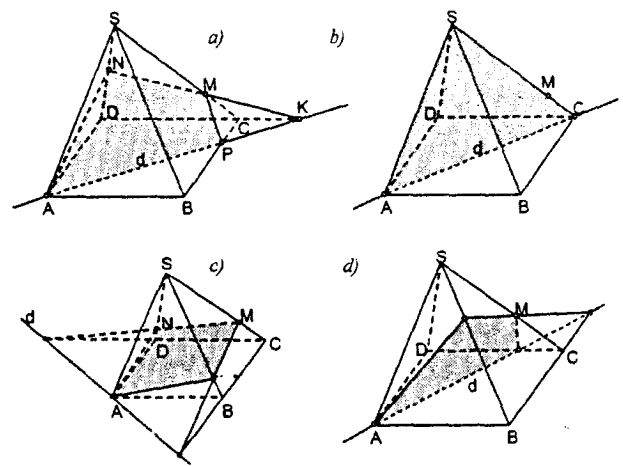
Cách 2: Bước 1: Chọn đáy là mặt phẳng (ABC). Khi đó, trong mặt phẳng (ABC), ta có IM là giao tuyến gốc; Bước 2: Trong mặt phẳng (ABC), kẻ IM cắt AC tại E; Bước 3: Do E thuộc (ACD) nên trong mặt phẳng (ACD), kẻ EJ cắt AD tại N. Tứ giác IMJN là thiết diện của tứ diện cắt bởi mặt phẳng (α) (hình 5).

Bài tập 3: Cho hình chóp S.ABCD, có đáy ABCD là hình bình hành. Trong mặt phẳng (ABCD), vẽ đường thẳng d đi qua A và không song song với các cạnh của hình bình hành ABCD. Gọi M là một điểm nằm trên cạnh SC. Xác định thiết diện của hình chóp cắt bởi mặt phẳng (α) tạo bởi đường thẳng d và điểm M.

* GV hướng dẫn HS: Căn cứ vào vị trí của đường thẳng d, ta có các cách xác định thiết diện như sau (xem hình 6).

Như vậy, tùy vào việc lựa chọn đáy của tứ diện, ta sẽ có các cách xác định khác nhau nhưng vẫn thu được cùng một kết quả.

Trong quy trình xác định thiết diện của hình



Hình 6

chóp cắt bởi một mặt phẳng ở trên, HS đã giải một số bài tập cơ bản, qua đó hình thành được các tri thức phương pháp mới. GV cần tổ chức các tình huống dạy học xác định thiết diện một cách linh hoạt để rèn luyện các kỹ năng giải toán xác định thiết diện cho HS. □

Tài liệu tham khảo

1. Bùi Văn Nghị. **Giáo trình Phương pháp dạy học những nội dung cụ thể môn Toán**. NXB Đại học sư phạm, H. 2008.
2. Nguyễn Tiến Trung. **Rèn luyện kỹ năng giải các bài toán thiết diện của các hình không gian trong chương trình hình học 11 trung học phổ thông**. Luận văn thạc sĩ khoa học giáo dục, Trường Đại học sư phạm Hà Nội, 2006.
3. Annie Bessot - Claude Comiti - Lê Thị Hoài Châu - Lê Văn Tiến. **Những yếu tố cơ bản của didactic toán**, (sách song ngữ Việt - Pháp). NXB Đại học quốc gia, TP. Hồ Chí Minh, 2009.
4. Guy Brousseau. **Theory of Didactical situations in mathematics**. Volume 19, Kluwer Academic Publishers, 2002.
5. Trần Văn Hạo (tổng chủ biên). **Hình học 11**. NXB Giáo dục, H. 2007.

SUMMARY

Defining plane section problem is common problem in Geometry 11th grade. Skills in solving above problem is important for students. This article focuses on training skills in defining plane through creating an algorithm to define pyramid's plane (original line of intersection method). In solving some simple educational problems, students will experience some repeated steps of an algorithm. By the way of the above teaching situation, students play role of knowledge creators through situations and applying that knowledge to solve some same problems.