BỒI DƯỠNG TƯ DUY THUẬT GIẢI CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC CHỦ ĐỀ *SỐ PHỨC* Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

○ TS. NGUYỄN THANH HƯNG* - ThS. TRẦN NGUYỄN QUANG THÁI**

Tư duy thuật giải (TDTG) của học sinh (HS) trong dạy học (DH) toán là khả năng người học có thể tiến hành các hoạt động sau: - Thực hiện các thao tác học tập theo một trình tự xác định, phù hợp với một thuật giải (T_1); - Phân tích một quá trình thành những thao tác được thực hiện theo một trình tự xác định (T_2); - Khái quát hóa một quá trình diễn ra trên một số đối tượng riêng lẻ thành một quá trình diễn ra trên một lớp đối tượng (T_3); - Mô tả chính xác quá trình tiến hành một hoạt động (T_4); - So sánh các con đường khác nhau cùng giải quyết một vấn đề và tìm ra con đường tối ưu nhất (T_5) (trong đó, hoạt động T_1 thể hiện năng lực thực hiện thuật giải, ($T_2 \rightarrow T_5$) thể hiện năng lực xây dựng thuật giải).

Trong DH toán chủ đề «Số phức" ở trường THPT, chúng tôi đề xuất một số biện pháp sau nhằm góp phần bồi dưỡng, phát triển TDTG cho HS theo định hướng: đáp ứng được mục tiêu của việc DH toán, bám sát chương trình sách giáo khoa hiện hành, góp phần hình thành nhân cách, tính tổ chức, kỉ luật, tính tích cực và sáng tạo trong học tập của HS:

1. Xây dựng quy trình DH về chủ đề «Số phức"

Bước 1: Làm nảy sinh nhu cầu nhận thức của HS khi học phần kiến thức: «Số phức". Ở bước này, giáo viên (GV) có thể tiến hành theo một trong 2 cách: Nêu vấn đề hoặc cho HS làm một số ví dụ và phản ví dụ, từ đó phát hiện ra vấn đề.

Bước 2: Tổ chức, hướng dẫn HS tác động vào đối tượng nhằm phát hiện ra dấu hiệu bản chất, cấu trúc logic của kiến thức mới. GV đưa ra các phương tiện trực quan, ví dụ và bài tập, yêu cầu HS quan sát, phân tích, tổng hợp, so sánh, trừu tượng hóa, tìm ra bản chất của vấn đề. Từ đó, khái quát hóa thành khái niệm, định lí, công thức,...

Bước 3: Cho HS phát biểu lại khái niệm, định lí, công thức nêu ở bước 2 dưới dạng một thuật giải. GV cần đưa ra câu hỏi thích hợp làm nổi bật các thao tác có trong khái niệm, định lí, công thức,... ở trên.

Bước 4: Hướng dẫn HS *nhận dạng* và *thể hiện* thuật giải vừa nêu vào các tình huống cụ thể. Tiếp đó, GV yêu cầu HS làm các bài tập đòi hỏi phát triển các thao tác của TDTG (T_1, T_2, T_3, T_4).

Bước 5: Tập luyện các thao tác của TDTG thông qua các bài toán không theo thuật giải đã biết. GV có thể đưa ra một số bài toán giải được bằng nhiều cách: *theo thuật giải* và *không theo thuật giải* để HS phát hiện được thuật giải tối ưu (T_5).

2. Thực hiện quy trình DH rèn luyện kĩ năng giải toán số phức

Bước 1: Tập luyện cho HS thói quen phân tích, nhận dạng bài toán. Nếu bài toán đưa ra đã có thuật giải thì tiến hành thực hiện theo thuật giải (T_1). Ngược lại, ta chuyển sang bước 2.

Bước 2: Rèn luyện cho HS biết biến đổi bài toán về dạng quen thuộc. GV cần gợi động cơ, lôi cuốn HS vào hoạt động tìm tòi những phương pháp (PP) mới để đưa bài toán về dạng đã biết. Đây là khâu quan trọng và khó khăn nhất trong hoạt động giải toán. GV cần hướng dẫn HS cách huy động kiến thức tổng hợp để tìm ra phép biến đổi thích hợp.

Bước 3: Sau khi đã biến đổi, đưa bài toán về dạng quen thuộc, HS cần có kế hoạch giải rồi thực hiện. Lời giải phải đảm bảo một số yêu cầu như: không có sai lầm (lời giải không nên sai sót về kiến thức toán học, về PP suy luận, kĩ năng tính toán, về kí hiệu và ngôn ngữ diễn đạt); lập luận có căn cứ chính xác (trong từng bước biến đổi PT đều có cơ sở lí luận); lời giải đầy đủ (xem xét đầy đủ các khả năng, không bỏ sót trường hợp nào).

Bước 4: Kiểm tra lời giải, kết quả. Giải toán là một hoạt động toán học tổng hợp, bao gồm nhiều khâu: nắm vững kiến thức, sử dụng các công

* Trường Đại học Tây Nguyên
** Trường THPT Thanh Bình 1, Đồng Tháp

thức biến đổi tương đương, biến đổi hệ quả; phân chia các trường hợp cụ thể, diễn đạt rõ ràng, thể hiện lời giải dưới dạng văn bản,... Trong quá trình trình bày lời giải, HS có thể mắc sai lầm, do vậy, GV cần lường trước các khả năng có thể xảy ra để hướng dẫn HS tránh những sai lầm mà các em thường mắc phải, đồng thời, phân tích nguyên nhân dẫn đến sai lầm đó và đề ra biện pháp khắc phục.

Bước 5: Rèn luyện cho HS khả năng nghiên cứu lời giải. Khai thác, phân tích và tìm tòi lời giải khoa học nhất sẽ giúp HS bước đầu tập dượt nghiên cứu khoa học, nắm được bản chất của vấn đề. Hoạt động này có ý nghĩa rất quan trọng, giúp HS lựa chọn được thuật giải tối ưu.

Bước 6: Hướng dẫn HS tìm các bài toán liên quan, mở rộng bài toán ban đầu thông qua các thao tác tư duy như: tương tự hóa, khái quát hóa, phân tích, tổng hợp và so sánh. GV cần tập dượt cho HS biết so sánh một bài toán với những bài toán tương tự, tìm ra đặc điểm chung về hình thức, nội dung hoặc PP giải một số bài toán đơn giản, từ đó, xây dựng thuật giải các bài toán tổng quát.

Ví dụ 1: Cho số phức z thỏa mãn: $(1+i)^2(2-i)z=8+i+(1+2i)z$. Tìm phần thực và phần ảo của z?

Bước 1: Đây là bài toán tìm phần thực, phần ảo của số phức z chưa có thuật giải. Bản chất của bài toán này là giải PT tìm số phức z, sau đó xác định phần thực và phần ảo.

Bước 2: Biến đổi PT về dạng quen thuộc đã biết thuật giải.

- *Cách 1:* Thực hiện chuyển vế, đặt z làm nhân tử chung, rút gọn PT, đưa về PT bậc nhất theo ẩn z. Giải PT bậc nhất đã có thuật giải.

- *Cách 2:* Giả sử z = x + yi là số phức cần tìm. Tiến hành rút gọn theo từng vế của PT, sử dụng điều kiện bằng nhau của hai số phức để tìm x và y.

Bước 3: Giải bài toán theo 2 cách sau: *Cách 1*: $(1+i)^2(2-i)z=8+i+(1+2i)z \Leftrightarrow (2i)(2-i)z-(1+2i)z=8+i$

$\Leftrightarrow z[4i+2-1-2i]=8+i \Leftrightarrow z=\frac{8+i}{1+2i}=\frac{(8+i)(1-2i)}{5}$

$=\frac{8-15i+2}{5}=\frac{10-15i}{5}$ = 2-3*i*. Vậy, phần thực của z là 2; phần ảo của z là - 3. *Cách 2*: Đặt z = x + yi, trong đó x, y là các số thực. Ta có: $(1+i)^2(2-i)z=8+i+(1+2i)z$

$\Leftrightarrow (1+i)^2(2-i)(x+yi)=8+i+(1+2i)(x+yi)$

$\Leftrightarrow 2x-4y+(4x+2y)i=(8+x-2y)+(2x+y+1)i$

$\Leftrightarrow \begin{cases}2x-4y=8+x-2y\\4x+2y=2x+y+1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x-2y=8\\2x+y=1\end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases}x=2\\y=-3\end{cases}.$

Vậy, phần thực của z là 2; phần ảo của z là - 3.

Bước 4: HS có thể mắc phải sai lầm sau: trong quá trình biến đổi, do không nắm vững các phép toán cộng, trừ, nhân và chia hai số phức nên các em thực hiện phép tính sai, xác định chưa đúng phần thực, phần ảo.

Bước 5: Trước khi giải, GV cho HS phân tích rõ yêu cầu, nhận dạng bài toán, biến đổi đưa PT về PT cơ bản, PT bậc nhất hệ số phức. Tiến hành giải PT thu được, tìm nghiệm thỏa mãn yêu cầu của bài toán.

Bước 6: Yêu cầu của bài toán đưa đến việc giải PT chưa mẫu mực. Dạng PT này gây khó khăn cho HS trong quá trình giải. GV cần giúp HS nắm vững cách giải PT dạng này.

3. Luyện tập cho HS giải các bài toán đã biết thuật giải

Trong chương trình toán ở THPT, HS được giới thiệu một số bài toán và cách giải các bài toán đó. GV cần giúp HS nắm vững vấn đề, nhớ và vận dụng thành thạo các quy trình, thuật toán có sẵn, có thói quen tìm các PP khác nhau và chọn PP tối ưu để giải quyết vấn đề.

Ví dụ 2: Tìm số phức nghịch đảo z^{-1} của số phức $z \neq 0$

Thuật giải 1: Cho số phức z = a+b*i* ≠ 0, (a, b) ∈R. Để thực hiện thuật giải gồm các bước sau:

Bước 1: Tìm môđun của số phức z: $|z|=\sqrt{a^2+b^2}$;

Bước 2: Tìm số phức liên hợp $\bar{z}$ của số phức z: $\bar{z}=a-bi$; Bước 3: Kết luận số phức nghịch đảo

$z^{-1}=\frac{1}{z}=\frac{\bar{z}}{|z|^2}=\frac{1}{a^2+b^2}.\bar{z}$

Ví dụ 3: Giải PT bậc hai một ẩn: $az^2+bz+c=0$ ($a \neq 0$), trong đó a, b, c là số phức.

Thuật giải 2: Bước 1: Xác định các hệ số a, b, c và tính biệt thức $\Delta = b^2 - 4ac$; *Bước 2:* Nếu $\Delta = 0$, kết luận PT đã cho có nghiệm kép $z_1=z_2=-\frac{b}{2a}$; ngược lại, chuyển sang bước 3; *Bước 3:* Tìm δ là một căn bậc hai của Δ; *Bước 4:*

Kết luận PT đã cho có hai nghiệm phân biệt: $z_1 = \frac{-b+\delta}{2a}$, $z_2 = \frac{-b-\delta}{2a}$. Từ đó, HS áp dụng vào giải 2 PT sau:

a) $z^2 - 2z + (1-2i) = 0$ (*Hướng dẫn: Bước 1:* Ta có: a = 1; b = - 2; c = 1 - 2i; $\Delta' = 2i = (1+i)^2 \neq 0$; *Bước 2:* $\Delta' = 2i = (1+i)^2 \neq 0$; *Bước 3:* Δ' có hai căn bậc hai là: $\pm(1+i)$; *Bước 4:* Kết luận: PT đã cho có hai nghiệm phân biệt $z_1 = -i$, $z_2 = 2+i$).

b) $2iz^2 - 2(\sqrt{3}-i)z - \sqrt{3} - i = 0$ (*Hướng dẫn: Bước 1:* Ta có: a = 2i; b = $2(\sqrt{3}-i)$; c = $-\sqrt{3}-i$; $\Delta' = 0$; *Bước 2:* $\Delta' = 0$. Kết luận PT đã cho có nghiệm kép: $z_1 = z_2 = -\frac{1}{2} - i\frac{\sqrt{3}}{2}$).

4. Sử dụng hợp lí PPDH phân hoá

Để việc sử dụng PPDH phân hoá theo hướng phát triển TDTG đạt hiệu quả cao, đòi hỏi GV phải xác định được trình độ của HS. Muốn vậy, GV cần thực hiện phân bậc hoạt động TDTG:

1) Phân bậc theo bình diện nhận thức: Đặc tính cụ thể hay trừu tượng của đối tượng là một căn cứ để phân bậc hoạt động TDTG. *Bậc thấp:* Tiến hành hoạt động trên những đối tượng cụ thể. *Ví dụ 4:* Viết các số phức sau dưới dạng lượng giác: a) $z = 1-i$; b) $z = \sqrt{3}+i$; c) $z = \sqrt{6} - i\sqrt{2}$; d) $z = 2$. Bậc cao: Tiến hành hoạt động TDTG trên đối tượng trừu tượng hơn.

2) Phân bậc theo nội dung của hoạt động TDTG: Các hoạt động TDTG có thể được phân bậc dựa trên nội dung của hoạt động. Nội dung của hoạt động là những tri thức liên quan tới hoạt động. *Bậc thấp:* Mô tả thuật giải bằng ngôn ngữ toán học. Chẳng hạn, trong sách giáo khoa đã nêu thuật giải giải PT: $az^2 + bz + c = 0$ và $az + b = 0$ với a, b, c và z là số phức. Bậc cao: Mô tả thuật giải bằng ngôn ngữ sơ đồ khối. *Bậc cao hơn nữa:* Mô tả thuật giải bằng ngôn ngữ lập trình.

3) Phân bậc theo sự phức hợp của hoạt động TDTG (sự phức hợp của hoạt động cũng là một căn cứ để phân bậc các hoạt động TDTG. *Bậc thấp:* Xây dựng một thuật giải. *Bậc cao:* Xây dựng thuật giải tối ưu hơn).

4) Phân bậc theo chất lượng của hoạt động TDTG (*Bậc thấp:* Biết tiến hành hoạt động TDTG. *Bậc cao:* Có kĩ năng tiến hành hoạt động TDTG. *Bậc cao hơn:* Có kĩ xảo tiến hành hoạt động TDTG).

5. Rèn luyện kĩ năng biến đổi bài toán cho HS

Biến đổi bài toán đã cho về bài toán đã có thuật giải là việc rất quan trọng. Hầu hết các bài toán đều cho ở dạng phức tạp, gây khó khăn cho HS trong quá trình giải. Do đó, để giải bài toán, đòi hỏi HS phải có kĩ năng biến đổi bài toán.

Ví dụ 5: GV hướng dẫn HS nắm vững công thức dạng lượng giác của số phức: $z = r(\cos\varphi - i\sin\varphi), r > 0, \varphi \in R$ thông qua yêu cầu sau: Các công thức nào dưới đây là đúng?

a) $z = r(\cos\frac{\varphi}{2} + i\sin 2\varphi), r > 0, \varphi \in R$;

b) $z = r(\sin\varphi + i\cos\varphi), r > 0, \varphi \in R$;

c) $z = r(\cos\varphi - i\sin\varphi), r > 0, \varphi \in R$;

d) $z = r(-\cos\varphi - i\sin\varphi), r > 0, \varphi \in R$;

Ta có: công thức a) là sai, các công thức b), c), d) có thể biến đổi lại như sau:

b) $z = r(\sin\varphi + i\cos\varphi), r > 0, \varphi \in R \Leftrightarrow z = r\left[\cos\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right) + i\sin\left(\frac{\pi}{2} - \varphi\right)\right]$

c) $z = r(\cos\varphi - i\sin\varphi), r > 0, \varphi \in R \Leftrightarrow z = r\left[\cos(-\varphi) + i\sin(-\varphi)\right]$

d) $z = r(-\cos\varphi - i\sin\varphi), r > 0, \varphi \in R \Leftrightarrow z = r\left[\cos(\pi+\varphi) + i\sin(\pi+\varphi)\right]$

GV yêu cầu HS rút ra các dấu hiệu để nhận biết công thức là: trong công thức phải có hai hàm số sin và cos; các hàm sin và cos của cùng một góc (hoặc cùng một cung); số mũ của hàm sin và cos là 1; dấu đứng liền trước $i\sin\varphi$ phải là dấu +; r luôn dương.

Việc rèn luyện cho HS kĩ năng biến đổi các biểu thức toán học giúp HS phát triển được các hoạt động của TDTG cũng như xây dựng thuật giải cho các bài toán chưa có thuật giải. Rèn luyện cho HS kĩ năng biến đổi bài toán chính là rèn luyện cách nhìn bài toán dưới nhiều góc độ khác nhau và phát triển TDTG cho các em.

6. Cung cấp cho HS các tri thức PP về TDTG

Quá trình xây dựng một thuật giải cũng là quá trình giải một bài toán chưa có thuật giải. Vì vậy, những tri thức PP về TDTG phải là một bộ phận hợp thành tri thức PP giải bài toán. Theo

(Xem tiếp trang 53)