SỬ DỤNG PHÉP TƯƠNG TỰ TRONG DẠY HỌC TOÁN Ở TRƯỜNG TRUNG HỌC PHỔ THÔNG

TỪ ĐỨC THẢO*

Theo V.Okon (1; tr.121), sự nảy sinh vấn đề là hệ quả của quá trình học tập theo cách nêu vấn đề, trong đó học sinh (HS) hứng thú với hoạt động giải toán, không chỉ giải quyết những bài tập, mà còn tự đặt ra các bài toán. Tương tự (TT) là thao tác tư duy dựa trên sự giống nhau về tính chất, mối quan hệ giữa các đối tượng toán học. Suy luận dựa theo sự TT có thể mô tả: đối tượng A có các tính chất a, b, c; đối tượng B có các tính chất a, b thì B có thể có tính chất c. Nghiên cứu sự TT trong toán học thường trên các khía cạnh sau: - Hai phép chứng minh là TT nếu đường lối, phương pháp chứng minh là giống nhau; - Hai vấn đề là TT nếu có cùng tính chất hay vai trò như nhau, hay giữa các phần tử tương ứng của chúng có mối quan hệ tương đương.

Để có thể đưa ra các bài toán bằng phép TT, giáo viên (GV) nêu vấn đề cho HS khi nghiên cứu một tình huống cụ thể. Chẳng hạn, các đường elip, hypebol, parabol có thể đưa ra những kết luận TT với một bài toán đã học về đường tròn hay không? Ta sẽ thấy rõ điều này qua các bài toán sau:

Bài toán 1: Cho đường tròn (C): $(x - a)^2 + (y - b)^2 = R^2$.

a) Tìm tập hợp các điểm M, mà từ đó kẻ được hai tiếp tuyến vuông góc với nhau đến đường tròn.

b) Gọi hai tiếp điểm là T_1, T_2, chứng minh rằng đường thẳng T_1T_2 luôn tiếp xúc với một đường cong cố định *(hình 1)*.

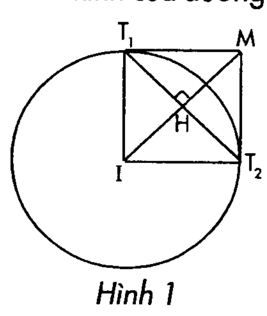
Hướng dẫn

a) Giả sử I là tâm và R là bán kính của đường tròn đã cho, M(x;y) thoả mãn giả thiết, ta có:

$\angle T_1MT_2 = 90^0$, $\angle IT_1M = \angle IT_2M = 90^0$, $IT_1 = IT_2 = R$

$\Rightarrow$ tứ giác IT_1MT_2 là hình vuông $\Rightarrow MI = IT_1\sqrt{2} = R\sqrt{2}$

Suy ra: $MI^2 = 2R^2 \Leftrightarrow (x - a)^2 + (y - b)^2 = 2R^2$.



Hình 1

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn có phương trình: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = 2R^2$.

b) Vì tứ giác IT_1MT_2 hình vuông nên $IM \perp T_1T_2$ tại H và IH = HM nên $IH = \frac{1}{2}IM = \frac{R\sqrt{2}}{2} \Rightarrow d(I, T_1T_2) = \frac{R\sqrt{2}}{2}$.

Suy ra T_1T_2 luôn tiếp xúc đường tròn (C_1) tâm I, bán kính $R_1 = \frac{R\sqrt{2}}{2}$ và có phương trình là: $(x - a)^2 + (y - b)^2 = \frac{R^2}{2}$.

Phát biểu bài toán TT đối với elip, ta có bài toán 2.

Bài toán 2: Cho elíp (E): $\frac{x^2}{a^2}+\frac{y^2}{b^2}=1$ (a > b > c).

a) Tìm tập hợp điểm M sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến MT_1, MT_2 với elip mà hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau.

b) Chứng minh rằng, T_1T_2 luôn tiếp xúc với một đường cong cố định.

Hướng dẫn

a) Giải TT cách giải bài toán 1a). Giả sử phương trình MT_1 có dạng: $Ax + By + C = 0$ (với $A^2 + B^2 \neq 0$). Vì MT_1 tiếp xúc với (E) nên ta có: $a^2A^2 + b^2B^2 = C^2$ (1).

Vì MT_2 vuông góc MT_1 nên phương trình MT_2 có dạng: $Bx - Ay + D = 0$ (với $A^2 + B^2 \neq 0$). Do MT_2 tiếp xúc với (E) nên ta cũng có:

$a^2B^2 + b^2A^2 = D^2$ (2).

Tọa độ M là nghiệm của hệ:

$$\begin{cases} Ax + By + C = 0 \\ Bx - Ay + D = 0 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} C = -Ax - By \\ D = -Bx + Ay \end{cases}$$

Thay vào (1), (2) ta được:

$$\begin{cases} a^2A^2 + b^2B^2 = (-Ax - By)^2 \\ a^2B^2 + b^2A^2 = (-Bx + Ay)^2 \end{cases}$$

Cộng vế với vế:

$a^2(A^2 + B^2) + b^2(B^2 + A^2) = x^2(A^2 + B^2) + y^2(A^2 + B^2) \Leftrightarrow x^2 + y^2 = a^2 + b^2$.

* Trường Đại học Vinh

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn (C) tâm là gốc toạ độ O(0,0), bán kính R = $\sqrt{a^2+b^2}$.

b) TT cách giải bài toán 1b).

Phát biểu các bài toán TT với hypebol và parabol, ta có bài toán 3 và bài toán 4.

Bài toán 3: Cho hypebol (H):

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 (a > 0, b > 0).$$

a) Tìm tập hợp những điểm M sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến MT_1, MT_2 với (H) mà hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau.

b) Chứng minh rằng khi đó T_1T_2 luôn tiếp xúc với một đường cong cố định.

Đối với parbol ta cũng có kết quả TT.

Bài toán 4: Tìm tập hợp những điểm M từ đó kẻ được hai tiếp tuyến tới parabol $y^2 = 2px$ (p>0) mà hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau.

Có thể xét phép TT theo nghĩa chuyển từ một trường hợp riêng này sang một trường hợp riêng khác. Khai thác mối liên hệ giữa các phép TT, trong nhiều trường hợp nên khuyến khích HS thực hiện phép TT như là tiền thân của khái quát hoá tới khi nào nhận thức được cái tổng quát một cách đầy đủ. Chẳng hạn, sau khi cho HS tính: $\frac{13}{10}=1,3$; $\frac{25}{100}=0,25$; yêu cầu HS giải những bài tập sau: $\frac{46}{100}=?$; $\frac{419}{?}=0,0419$; $\frac{?}{100000}=0,001$. Như vậy, không những đã tập luyện cho HS sử dụng phép TT mà còn giúp HS phát hiện quy tắc tổng quát để đổi một phân số có mẫu số là luỹ thừa của 10 thành số thập phân.

***

Sử dụng phép TT có thể giúp người học tự đặt ra bài toán, phán đoán, suy luận và mở rộng được vấn đề từ một bài toán cụ thể, giúp HS rèn luyện khả năng tư duy đặc biệt là tư duy liên tưởng. Trong quá trình học tập và rèn luyện thì năng lực TT hóa của HS cũng được nâng lên. Vì thế, việc sử dụng phép TT trong dạy học nhằm phát triển năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề cho HS là cần thiết. ❑

(1) V.Okon. **Những cơ sở của dạy học nêu vấn đề.** NXB *Giáo dục*, H. 1976.

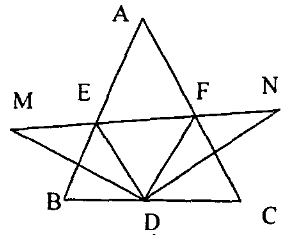
Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Bá Kim - Vương Dương Minh - Tôn Thân. **Khuyến khích một số hoạt động trí tuệ của học sinh qua môn Toán ở trường trung học cơ sở.** NXB *Giáo dục*, H. 1998.

2. Trần Thúc Trình. **Đề cương môn học rèn luyện tư duy trong dạy học toán.** *Viện Khoa học giáo dục Việt Nam*, 2003.

Tiếp cận và phát hiện...

(Tiếp theo trang 45)

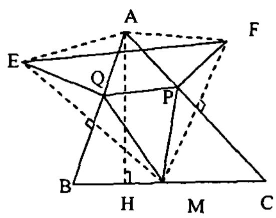


Hình 4

GV có thể dẫn dắt HS xâu chuỗi các bài toán trên thành hệ thống các bài toán có sự liên kết logic với nhau, giúp HS PH bài toán mới. Ở *ví dụ 1* có hai điểm cố định, nếu bớt đi một điểm, ta được bài toán mới là bài toán ở *ví dụ 3, ví dụ 5.* Nếu không có điểm cố định, bài toán sẽ thay đổi thế nào? Xét ví dụ tiếp theo:

Ví dụ 6: Tìm ba điểm M, P, Q lần lượt thuộc ba cạnh BC, AC, AB của tam giác nhọn ABC sao cho tam giác MPQ có chu vi nhỏ nhất *(hình 5).*

Nếu giao ngay cho HS bài toán này, nhiều em sẽ không giải được kể cả HS khá, giỏi. Nhưng với hệ thống các ví dụ được xây dựng từ 1 đến 5 sẽ là tiền đề giúp các em PH hướng giải. Với tiền đề đó, HS không mấy khó khăn để PH ra ba điểm M, P, Q cần tìm chính là chân ba đường cao của tam giác ABC. ❑



Hình 5

Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Hữu Châu. **Những vấn đề cơ bản về chương trình và quá trình dạy học.** NXB *Giáo dục*, H. 2005.

2. Nguyễn Bá Kim. **Phương pháp dạy học môn Toán.** NXB *Đại học sư phạm*, H. 2008.

3. G. Polia. **Sáng tạo toán học.** NXB *Giáo dục*, H. 1997.

4. G. Polia G. **Giải bài toán như thế nào?** NXB *Giáo dục*, H. 1997.

5. Đào Tam - Lê Hiển Dương. **Tiếp cận các phương pháp dạy học không truyền thống trong dạy học Toán.** NXB *Đại học sư phạm*, H. 2008.