TIẾP CẬN VÀ PHÁT HIỆN TRONG DẠY HỌC GIẢI BÀI TẬP TOÁN Ở TRƯỜNG PHỔ THÔNG

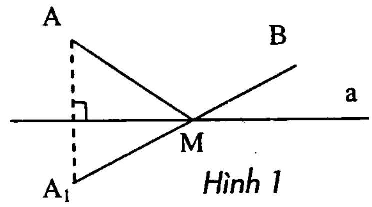
O HỒ VĂN QUẢNG *

Một trong những nội dung của đổi mới phương pháp dạy học (PPDH) Toán ở trường phổ thông là đổi mới cách học; việc dạy học (DH) hướng cho học sinh (HS) nắm được các phương thức phát hiện (PH) vấn đề, PH kiến thức mới, phương pháp mới. Hiện nay, khi lượng thông tin ngày càng phong phú, việc trang bị cho HS những tri thức và phương pháp để giải quyết vấn đề một cách có hiệu quả cần được đặt ra hàng đầu; góp phần tạo môi trường học tập, trong đó, HS được hoạt động trí tuệ và có cơ hội để khám phá và kiến tạo tri thức mới. Bài viết đưa ra một số phương thức tiếp cận (TC) và PH trong DH giải bài tập toán (GBTT) ở trường phổ thông thông qua một số PPDH tích cực.

1. Khai thác một số tri thức thuộc phạm trù triết học duy vật biện chứng

Theo triết học duy vật biện chứng, mâu thuẫn là động lực thúc đẩy quá trình phát triển. Vấn đề đặt ra cho HS chính là giải quyết mâu thuẫn giữa yêu cầu của nhiệm vụ nhận thức với kiến thức và kinh nghiệm sẵn có. Các quy luật của phép duy vật biện chứng đã chỉ ra rằng: Cái mới bao giờ cũng ra đời dựa trên cái cũ, không có cái mới nào tách rời cái cũ. Kiến thức mới kế thừa kiến thức cũ một cách có chọn lọc và chỉ kế thừa những kiến thức nhất định. Do đó, trong DH, kiến thức mới không phải là những kiến thức hoàn toàn xa lạ, tách rời với kiến thức đã biết mà luôn có mối liên hệ chặt chẽ với hệ thống kiến thức đã biết. Quá trình DH cũng như trong GBTT sẽ thuận lợi hơn nếu người học biết TC và PH ra những kiến thức đã biết có liên quan đến vấn đề (bài toán) cần giải quyết. Vì vậy, trong DH GBTT, GV nên bồi dưỡng năng lực tư duy biện chứng cho HS, nó có ý nghĩa không những trong giải toán mà còn trong quá trình hình thành, tìm tòi, lĩnh hội tri thức mới.

Ví dụ 1 (**SGK Bài tập hình học 11**): Cho đường thẳng a và hai điểm A, B không thuộc a nhưng nằm cùng phía đối với a. Tìm trên đường thẳng a điểm M sao cho: AM + MB bé nhất *(hình 1)*.



Hình 1

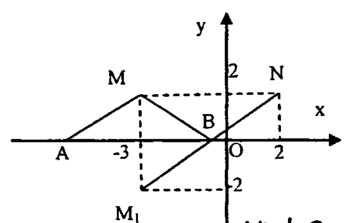
Kiến thức mà HS đã biết là bài toán sau:

Bài toán 1: Cho hai điểm A, B nằm khác phía so với đường thẳng a. Tìm điểm M trên a sao cho: AM + MB bé nhất.

Điểm M cần tìm là giao điểm của đường thẳng AB với đường thẳng a. Nếu HS sử dụng kiến thức đã biết, sẽ nghĩ đến việc chuyển hai điểm A, B về hai điểm khác phía mà không làm thay đổi khoảng cách từ chúng đến điểm M bất kì trên a, M sẽ là giao của A_1M với đường thẳng a (A_1 đối xứng với A qua a).

Để nâng cao khả năng tìm tòi, PH và sáng tạo trong giải toán, GV có thể cho HS giải bài toán sau:

Ví dụ 2: Trong hệ tọa độ Oxy cho điểm M(- 3; 2). Tìm hai điểm A, B trên trục Ox sao cho AB = 3 và MA + MB bé nhất *(hình 2)*.



Hình 2

Kiến thức HS đã biết là bài toán ở *ví dụ 1*, trong ví dụ 1, giả thiết đã cho là hai điểm cố định A, B, cần tìm điểm chuyển động M thuộc đường thẳng a. Bài toán ở *ví dụ 2* chỉ cho một điểm M cố định, phải tìm hai điểm chuyển động thuộc trục Ox. Sự khác biệt trên tạo cho HS gặp những khó khăn, chướng ngại. GV có thể đưa ra các câu hỏi gợi mở, giúp HS PH vấn đề như: Giả sử đã tìm được điểm B, khi đó điểm A có tìm được không, vì sao? (A là ảnh của B qua phép tịnh tiến $T_{\overrightarrow{AB}}$). Như vậy, việc

* Trường THPT Triệu Sơn 2 - Triệu Sơn - Thanh Hoá

tìm A và B quy về tìm B. Dựng hình bình hành MABN, dễ dàng suy ra tọa độ điểm N và MA = NB. Lấy M_1 đối xứng với M qua trục Ox, ta được $MA + MB = M_1B + BN$; từ đây, dựa vào *ví dụ 1*, HS dễ dàng xác định được 2 điểm A, B.

2. Khai thác tư tưởng của Polia trong DH GBTT

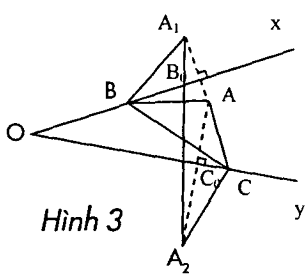
Theo G. Polia, một phát minh khoa học lớn cho phép giải quyết một vấn đề lớn, nhưng trong việc giải một bài toán cũng luôn gặp những phát sinh. Khi DH GBTT, nếu khơi gợi được trí tò mò, buộc HS phải sáng tạo, HS sẽ bộc lộ được khả năng sáng tạo của mình.

Trong giờ học toán, nếu GV dùng tất cả thời gian cho HS làm những bài tập quá dễ hoặc quá khó, HS sẽ không phát huy được sự sáng tạo. Ngược lại, GV sẽ khơi gợi được trí tò mò, niềm đam mê khám phá, tính chủ động của HS nếu giao cho họ các bài tập phù hợp với khả năng. Cũng theo G. Polia, hỗ trợ cho HS là một trong những nhiệm vụ quan trọng của GV, GV cần có sự hướng dẫn vừa đủ, không nhiều quá, cũng không ít quá. GV cần đặt vào vị trí của HS, cần hiểu HS nghĩ gì, đặt câu hỏi hay hướng dẫn phù hợp để họ tìm được hướng giải toán.

Ví dụ 3 (bài 9, tr. 13, **Hình học 11 nâng cao**): Cho góc nhọn xOy và một điểm A nằm trong góc đó. Hãy xác định điểm B trên Ox và C trên Oy sao cho tam giác ABC có chu vi nhỏ nhất.

Bài toán này gợi cho HS nhớ đến bài toán tương tự nào các em đã giải không? Có thể xem C là điểm cố định, tìm điểm B thuộc Ox. Tương tự, coi B là điểm cố định đã biết, tìm C thuộc Oy?

Lúc này, HS dễ dàng PH ra rằng, hai điểm B và C cần tìm lần lượt chính là giao điểm B_0, C_0 của A_1A_2 với Ox và Oy (A_1, A_2 lần lượt là các điểm đối xứng của A qua Ox, Oy).



Hình 3

3. Quan điểm DH PH và giải quyết vấn đề (GQVĐ) trong GBTT

DH PH và GQVĐ là PPDH mà GV tổ chức cho HS học tập trong hoạt động và bằng hoạt động; GV tạo ra những tình huống nhằm hướng dẫn HS tháo gỡ vướng mắc, phát huy sự sáng tạo, có định hướng để tự giải quyết vấn đề.

Trong DH PH và GQVĐ, TC và PH được coi là một trong những yếu tố cấu thành. Học toán là quá trình PH, trình bày và GQVĐ, trong đó sử dụng các công cụ lí thuyết. Tác dụng của PPDH này là giúp HS PH, rèn luyện cách TC và GQVĐ một cách khoa học. DH PH và GQVĐ tập trung vào hoạt động học tập, hướng vào việc HS tự PH và kiến tạo ra tri thức mới. Có những bài toán, thoạt nhìn như không có mối liên hệ nào các với bài toán đã biết, nhưng nếu nghiên cứu kĩ sẽ PH ra có thể dùng những phép biến đổi đơn giản để đưa bài toán đó về bài toán quen thuộc đã biết cách giải. Chẳng hạn, xét ví dụ sau:

Ví dụ 4: Tìm giá trị nhỏ nhất của hàm số:

$$y=\sqrt{9x^2-12x+13}+\sqrt{9x^2-36x+52}$$

Ban đầu, bài toán này và bài toán ở *ví dụ 1* như không có mối liên hệ nào, tuy nhiên, nếu HS PH ra, có thể biến đổi biểu y thành:

$$y=\sqrt{(3x-2)^2+(0-3)^2}+\sqrt{(3x-6)^2+(0-4)^2} \quad (1).$$

HS sẽ nhận thấy, trong mỗi căn thức ở vế phải của (1) chính là độ dài của một đoạn thẳng. Gọi M, N, B là các điểm có tọa độ là: M(3x; 0), A(2; 3), B(6; 4) thì y = MA + MB. Bài toán trở thành: *Tìm điểm M $\in$ Ox sao cho MA + MB nhỏ nhất.* Từ kết quả ở *ví dụ 1*, HS dễ dàng xác định được $M(\frac{26}{7}; 0) \Rightarrow y_{min} = A_1B = \sqrt{63}$ khi $x = \frac{26}{7}$.

4. Quan điểm kiến tạo trong DH GBTT

DH nói chung và DH GBTT nói riêng là quá trình tổ chức các hoạt động học tập cho HS giải quyết các nhiệm vụ học tập; qua đó, HS tạo lập tri thức, rèn luyện kĩ năng và phát triển tư duy. Kết quả của quá trình DH ở trường phổ thông không chỉ là hệ thống tri thức mà là sự chủ động, thích ứng cao với các vấn đề cần giải quyết. Các nhà lí luận DH đã khẳng định, một môi trường không có dụng ý sư phạm là không đủ để chủ thể kiến tạo ra tri thức mới. Vì vậy, trong DH, GV cần thiết lập các tình huống có dụng ý sư phạm để HS học tập. Như vậy, theo quan điểm này, DH Toán không chỉ là quá trình tiếp thu những kiến thức đã được «đóng gói", được GV truyền tải mà cần tiếp thu một cách chủ động. Nghĩa là, HS phải nỗ lực TC, tìm tòi và PH tri thức thông qua việc tái tổ chức các hoạt động của GV.

Ví dụ 5: Cho DABC có ba góc nhọn, D là một điểm cố định trên BC. Tìm trên AB, AC lần lượt hai điểm E và F sao cho DDEF có chu vi nhỏ nhất *(hình 4)*.

Nếu HS biết PH mối liên hệ giữa bài toán này với bài toán ở ví dụ 3 (D chính là điểm thuộc miền góc BAC), sẽ tìm được lời giải tương tự.

(Xem tiếp trang 43)

Vậy tập hợp điểm M là đường tròn (C) tâm là gốc toạ độ O(0,0), bán kính R = $\sqrt{a^2+b^2}$.

b) TT cách giải bài toán 1b).

Phát biểu các bài toán TT với hypebol và parabol, ta có bài toán 3 và bài toán 4.

Bài toán 3: Cho hypebol (H):

$$\frac{x^2}{a^2}-\frac{y^2}{b^2}=1 (a > 0, b > 0).$$

a) Tìm tập hợp những điểm M sao cho từ M kẻ được hai tiếp tuyến MT_1, MT_2 với (H) mà hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau.

b) Chứng minh rằng khi đó T_1T_2 luôn tiếp xúc với một đường cong cố định.

Đối với parbol ta cũng có kết quả TT.

Bài toán 4: Tìm tập hợp những điểm M từ đó kẻ được hai tiếp tuyến tới parabol $y^2 = 2px$ (p>0) mà hai tiếp tuyến này vuông góc với nhau.

Có thể xét phép TT theo nghĩa chuyển từ một trường hợp riêng này sang một trường hợp riêng khác. Khai thác mối liên hệ giữa các phép TT, trong nhiều trường hợp nên khuyến khích HS thực hiện phép TT như là tiền thân của khái quát hoá tới khi nào nhận thức được cái tổng quát một cách đầy đủ. Chẳng hạn, sau khi cho HS tính: $\frac{13}{10}=1{,}3$; $\frac{25}{100}=0{,}25$; yêu cầu HS giải những bài tập sau: $\frac{46}{100}=?$; $\frac{419}{?}=0{,}0419$; $\frac{?}{100000}=0{,}001$. Như vậy, không những đã tập luyện cho HS sử dụng phép TT mà còn giúp HS phát hiện quy tắc tổng quát để đổi một phân số có mẫu số là luỹ thừa của 10 thành số thập phân.

***

Sử dụng phép TT có thể giúp người học tự đặt ra bài toán, phán đoán, suy luận và mở rộng được vấn đề từ một bài toán cụ thể, giúp HS rèn luyện khả năng tư duy đặc biệt là tư duy liên tưởng. Trong quá trình học tập và rèn luyện thì năng lực TT hóa của HS cũng được nâng lên. Vì thế, việc sử dụng phép TT trong dạy học nhằm phát triển năng lực phát hiện và giải quyết vấn đề cho HS là cần thiết. ❑

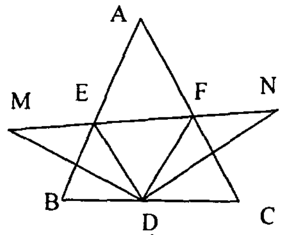
(1) V.Okon. **Những cơ sở của dạy học nêu vấn đề.** NXB *Giáo dục*, H. 1976.

Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Bá Kim - Vương Dương Minh - Tôn Thân. **Khuyến khích một số hoạt động trí tuệ của học sinh qua môn Toán ở trường trung học cơ sở.** NXB *Giáo dục*, H. 1998.
2. Trần Thúc Trình. **Đề cương môn học rèn luyện tư duy trong dạy học toán.** *Viện Khoa học giáo dục Việt Nam*, 2003.

Tiếp cận và phát hiện...

(Tiếp theo trang 45)

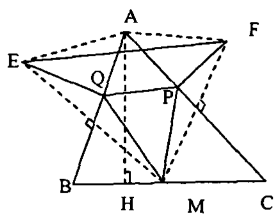


Hình 4

GV có thể dẫn dắt HS xâu chuỗi các bài toán trên thành hệ thống các bài toán có sự liên kết logic với nhau, giúp HS PH bài toán mới. Ở *ví dụ 1* có hai điểm cố định, nếu bớt đi một điểm, ta được bài toán mới là bài toán ở *ví dụ 3, ví dụ 5.* Nếu không có điểm cố định, bài toán sẽ thay đổi thế nào? Xét ví dụ tiếp theo:

Ví dụ 6: Tìm ba điểm M, P, Q lần lượt thuộc ba cạnh BC, AC, AB của tam giác nhọn ABC sao cho tam giác MPQ có chu vi nhỏ nhất *(hình 5).*

Nếu giao ngay cho HS bài toán này, nhiều em sẽ không giải được kể cả HS khá, giỏi. Nhưng với hệ thống các ví dụ được xây dựng từ 1 đến 5 sẽ là tiền đề giúp các em PH hướng giải. Với tiền đề đó, HS không mấy khó khăn để PH ra ba điểm M, P, Q cần tìm chính là chân ba đường cao của tam giác ABC. ❑



Hình 5

Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Hữu Châu. **Những vấn đề cơ bản về chương trình và quá trình dạy học.** NXB *Giáo dục*, H. 2005.
2. Nguyễn Bá Kim. **Phương pháp dạy học môn Toán.** NXB *Đại học sư phạm*, H. 2008.
3. G. Polia. **Sáng tạo toán học.** NXB *Giáo dục*, H. 1997.
4. G. Polia G. **Giải bài toán như thế nào?** NXB *Giáo dục*, H. 1997.
5. Đào Tam - Lê Hiển Dương. **Tiếp cận các phương pháp dạy học không truyền thống trong dạy học Toán.** NXB *Đại học sư phạm*, H. 2008.