CON ĐƯỜNG HÌNH THÀNH SƠ ĐỒ NHẬN THỨC KHÁI NIỆM TRONG DẠY HỌC MÔN TOÁN

○ TS. CHU TRỌNG THANH* - PHAN ANH TÀI** - NGUYỄN ĐỨC THÀNH***

Lí thuyết phát sinh nhận thức (LTPSNT) hay còn gọi là thuyết kiến tạo của J. Piaget ra đời vào giữa thế kỉ XX và được vận dụng vào nghiên cứu lí luận dạy học. Một số mô hình dạy học dựa trên cơ sở LTPSNT đã ra đời. Theo J. Piaget (1), khi nhận thức một sự vật, hiện tượng, con người tạo ra cấu trúc mang tính hình thức, cấu trúc này là sơ đồ nhận thức. Dạy học là một quá trình kép, gồm quá trình dạy và quá trình học diễn ra trong mối liên hệ chặt chẽ với nhau; giáo viên (GV) cần nắm được con đường hình thành các sơ đồ nhận thức, thiết kế các tình huống dạy học phù hợp để học sinh (HS) lĩnh hội tri thức. Hệ thống kiến thức môn Toán gồm ba dạng chủ yếu: *khái niệm toán học; các định lí; các phương pháp, quy tắc, thuật toán;* trong đó, hệ thống kiến thức về khái niệm có vai trò quan trọng trong nội dung dạy học môn *Toán,* là cơ sở, nền tảng để xây dựng hệ thống kiến thức toán. Vì vậy, việc hình thành hệ thống khái niệm toán học có vị trí then chốt trong dạy học toán.

1. Con đường quy nạp. Trong dạy học toán, các khái niệm đều được xuất phát từ các sự vật, hiện tượng thực tiễn sau một số thang, bậc trừu tượng hóa. Quy nạp là một trong những con đường chủ yếu được sử dụng trong việc hình thành kiến thức toán học cho HS. Con đường hình thành khái niệm toán học thông qua quy nạp gồm các bước sau: - Quan sát các mô hình, hiện tượng, đối tượng riêng lẻ thuộc về khái niệm; - Thực hiện thao tác phân tích trên các đối tượng riêng lẻ nhằm làm bộc lộ dấu hiệu của khái niệm; - Dùng thao tác tổng hợp để nhận ra dấu hiệu chung, chỉ rõ dấu hiệu đặc trưng của khái niệm trong các đối tượng đã được quan sát; - Phát biểu định nghĩa thông qua các dấu hiệu đặc trưng; - Lấy những ví dụ khác nhau để làm phong phú thêm các đối tượng thuộc khái niệm, nên đưa ra một số đối tượng không thuộc khái niệm để phân biệt với khái niệm mới.

Ví dụ: Để hình thành khái niệm dãy số (x_n) có giới hạn 1 khi n dần ra $+\infty$ bằng con đường quy nạp, có thể thực hiện các bước như sau: - GV lấy một số ví dụ về dãy số có giới hạn; - Cho HS biểu diễn các số hạng của dãy số trong ví dụ lên trục số, quan sát sự sắp xếp các điểm biểu diễn của mỗi dãy số trên trục số; - Đánh dấu đặc điểm: *trong mỗi dãy số, khi chỉ số n càng tăng, điểm biểu diễn các số hạng tiến lại gần một điểm xác định trên trục số;* - Nêu tính chất của dãy số bằng ngôn ngữ toán học và đưa ra khái niệm dãy số có giới hạn là 1; - Phát biểu định nghĩa dãy số có giới hạn 1; - Minh họa khái niệm bởi các ví dụ cụ thể, chú ý lấy các phản ví dụ.

Như vậy, cấu trúc nhận thức của dãy số có giới hạn bằng 1 được hình thành ở HS dưới các dạng sau:

$\lim\limits_{n\to+\infty}(x_n = 1) \Leftrightarrow (|x_n - 1|$ nhỏ tùy ý với n đủ lớn)

$\lim\limits_{n\to+\infty}(x_n = 1) \Leftrightarrow (\forall\varepsilon > 0, \exists n_0 \in N$ sao cho với $\forall n \in N\ (n > n_0)$ thì $|x_n - 1| < \varepsilon$)).

2. Con đường phân lập. Việc hình thành khái niệm bằng con đường phân lập thường được thực hiện dưới hai hình thức sau:

1) Sử dụng con đường phân lập từ sự quan sát các đối tượng riêng lẻ. Cụ thể, ta thực hiện các bước sau: - Đưa ra một khái niệm đã biết gần với khái niệm được định nghĩa; - Lấy các

* Trường Đại học Vinh

** Trường Đại học Sài gòn

*** Trường Cao đẳng kĩ thuật công nghiệp Việt Nam - Hàn Quốc

ví dụ thuộc khái niệm này, trong ví dụ đưa ra, các khái niệm mới sẽ được định nghĩa; - Từ các ví dụ đưa ra, tách thành hai dạng và một trong hai dạng này là đối tượng thuộc khái niệm mới được hình thành.

Ví dụ sau đây minh họa cho việc hình thành khái niệm toán học theo con đường phân lập thông qua sự quan sát các đối tượng riêng lẻ, cụ thể.

Ví dụ: Hình thành khái niệm dãy số (x_n) có giới hạn 1 khi n dần ra $+\infty$ bằng con đường phân lập thông qua sự quan sát các ví dụ cụ thể, có thể thực hiện các bước sau: - Cho HS nhắc lại định nghĩa dãy số, lấy một số ví dụ về dãy số; - GV lấy một ví dụ khác về dãy số (nếu cần) để đảm bảo trong các ví dụ được chọn có những dãy số có giới hạn; - Cho HS biểu diễn các số hạng của dãy số trong ví dụ lên trục số, quan sát sự sắp xếp điểm biểu diễn trên trục số; - Đánh dấu các dãy số có tính chất: điểm biểu diễn các số hạng tiến lại gần một giá trị xác định nào đó khi chỉ số n tăng đến $+\infty$; - Phát biểu định nghĩa dãy số có giới hạn 1 và các thuật ngữ khác có liên quan.

Để củng cố khái niệm mới, cần dùng ví dụ cụ thể minh họa và phản ví dụ để phân biệt khái niệm vừa định nghĩa với các khái niệm khác.

2) Hình thành khái niệm bằng con đường phân lập thông qua suy diễn trực tiếp từ khái niệm tổng quát, thực hiện các bước sau: - Đưa ra khái niệm rộng hơn khái niệm được định nghĩa để làm nền, khái niệm làm nền có thể lựa chọn theo các cách khác nhau; - Đưa ra một dấu hiệu đặc trưng cho khái niệm cần định nghĩa sao cho các đối tượng thuộc về khái niệm chọn làm nền nếu có thêm dấu hiệu này sẽ thuộc về khái niệm được định nghĩa. Nếu khái niệm được chọn làm nền càng gần với khái niệm được định nghĩa thì dấu hiệu đặc trưng càng đơn giản và ngược lại; - Lấy ví dụ để khẳng định sự tồn tại của đối tượng thuộc về khái niệm được định nghĩa, nghĩa là khẳng định ngoại diên khái niệm này khác rỗng.

Ví dụ: Hình thành khái niệm hình vuông theo con đường phân lập thông qua suy diễn trực tiếp từ khái niệm tổng quát, có thể thực hiện như sau: - Chọn khái niệm nền: Có thể chọn khái niệm đa giác, tứ giác, hình bình hành, hình thoi, hình chữ nhật làm nền để định nghĩa khái niệm hình vuông. Tất cả các khái niệm này đều rộng hơn khái niệm hình vuông (là khái niệm sẽ được định nghĩa); - Đưa ra dấu hiệu đặc trưng cho khái niệm hình vuông. Tùy thuộc vào việc chọn khái niệm nền là khái niệm nào mà ta có dấu hiệu đặc trưng cho khái niệm hình vuông phù hợp.

Nếu chọn khái niệm đa giác, thuộc tính đặc trưng cho khái niệm hình vuông là có bốn cạnh, bốn cạnh đó bằng nhau và các góc bằng nhau; nếu chọn khái niệm hình tứ giác làm nền, có thể chọn thuộc tính đặc trưng cho khái niệm hình vuông là có các cạnh bằng nhau, các góc bằng nhau; nếu chọn khái niệm hình bình hành, dấu hiệu đặc trưng cho hình vuông sẽ là có hai cạnh liên tiếp bằng nhau, hai góc kề với một cạnh bằng nhau; nếu chọn khái niệm hình chữ nhật, thuộc tính đặc trưng cho hình vuông là có hai cạnh liên tiếp bằng nhau; nếu chọn khái niệm hình thoi, thuộc tính đặc trưng cho khái niệm hình vuông là có hai góc kề với một cạnh bằng nhau.

3. Con đường kiến thiết. Có thể hình thành khái niệm mới thông qua việc đưa ra một quy trình kiến thiết đối tượng thuộc khái niệm được định nghĩa. Trong trường hợp này, có hai sơ đồ nhận thức đối với khái niệm được hình thành. Sơ đồ thứ nhất là khái niệm, sơ đồ thứ hai là con đường, cách thức tạo ra đối tượng thuộc khái niệm.

Ví dụ: Khi hình thành khái niệm đạo hàm của hàm số f(x) tại một điểm x_0 thuộc tập xác định D_f của hàm số, có thể đưa ra quy trình gồm 4 bước sau: - Cho x_0 một số gia Δx sao cho $x_0 + \Delta x \in D_f$; - Tính số gia Δf của f(x) tại x_0 bởi công thức $\Delta f = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)$; - Lập tỉ số $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ và biến đổi biểu thức để thuận lợi cho việc lấy giới hạn; - Tính giới hạn $\frac{\Delta f}{\Delta x}$ khi Δx dần tiến về 0. Nếu giới hạn đó tồn tại hữu hạn, được gọi là đạo hàm của hàm số f(x) tại x_0 và kí hiệu là $f'(x_0)$. Hình thành khái niệm đạo hàm của hàm số f(x) tại x_0 theo 4 bước đã chỉ ra

(Xem tiếp trang 51)

$m = -\frac{1}{4}$ thì PT có nghiệm kép x = 1, còn nếu $m > -\frac{1}{4}$ thì PT có 2 nghiệm phân biệt. Như vậy, nếu nhìn vấn đề một cách biện chứng thì sự thay đổi của tham số m là những biểu hiện của sự thay đổi về *lượng*, còn sự thay đổi số nghiệm là sự thay đổi về *chất*.

2) Quy luật thống nhất và đấu tranh giữa các mặt đối lập: quy luật này là nguyên nhân, nguồn gốc cũng như động lực của sự vận động và phát triển của SV (*đối lập:* chỉ những mặt có tính chất, xu hướng vận động, phát triển trái ngược nhau. *Sự thống nhất của các mặt đối lập* là sự nương tựa, hỗ trợ lẫn nhau để tồn tại và phát triển, không có mặt đối lập này thì sẽ không có mặt đối lập kia. *Đấu tranh giữa các các mặt đối lập* là sự tác động, bài trừ, phủ định lẫn nhau giữa các mặt đối lập).

Trong DH toán, quá trình nhận thức toán học có thể là quá trình phản ánh mâu thuẫn giữa các đối tượng toán học. Quá trình phản ánh đó diễn ra thông qua một logic: *từ đồng nhất đến khác nhau → từ khác nhau đến đối lập → từ đối lập đến mâu thuẫn*. Phát hiện mâu thuẫn, phân tích các mặt đối lập tạo thành mâu thuẫn, tìm ra phương pháp để giải quyết vấn đề, nhờ vậy mà đối tượng toán học mới được ra đời.

Ví dụ: Tập hợp Z các số nguyên là một thể thống nhất của các mặt đối lập: số nguyên âm và số nguyên *dương*, phép *cộng* và phép *trừ*, phép *nhân* và phép *chia*. Chẳng hạn: 4 × 7 = 28; 3 × (-2) = - 6 (phép nhân các số nguyên luôn luôn thực hiện được trong Z), nhưng -8/2 = - 4; 7/-3 = ? (phép chia các số nguyên không phải lúc nào cũng thực hiện được trong Z). *Sự mâu thuẫn này chính là nguồn gốc và động lực bên trong của sự phát triển để tập hợp Q các số hữu tỉ ra đời.*

3) Quy luật phủ định của phủ định: là biểu hiện sự phát triển của SV do mâu thuẫn trong bản thân SV quyết định, tạo ra điều kiện, tiền đề cho sự ra đời của cái mới (*phủ định:* chỉ sự mất đi của sự vật này, sự ra đời của sự vật khác. *Phủ định biện chứng:* tạo ra điều kiện, tiền đề cho sự phát triển).

Ví dụ: Khái niệm đường tiếp tuyến (d) của đường cong (C) ở cấp trung học phổ thông ra đời (*định nghĩa nhờ giới hạn*) đã phủ định khái niệm tiếp tuyến (d) của đường tròn (O; R) ở cấp trung học cơ sở (*định nghĩa nhờ trực quan*). Tuy nhiên, khi áp dụng quy luật này vào DH toán chống phủ định sạch trơn hoặc kế thừa nguyên xi.

Tóm lại, trong quá trình DH nói chung, DH toán nói riêng, nếu GV biết vận dụng THDVBC một cách thích hợp, sáng tạo thì HS sẽ thấy được toán học có mối quan hệ chặt chẽ, biện chứng với triết học. Từ đó HS hứng thú, tích cực trong quá trình học tập môn Toán. ❑

Tài liệu tham khảo

1. Hồng Long. **Logic biện chứng**. NXB *Đại học và trung học chuyên nghiệp*, H.1983.
2. Molôtsi. **Một số vấn đề triết học về cơ sở của Toán học**. NXB *Giáo dục*, H.1979.
3. Nguyễn Như Hải. **Triết học trong khoa học tự nhiên**. NXB *Giáo dục Việt Nam*, H.2009.
4. Nguyễn Thanh Hưng. **Rèn luyện và phát triển tư duy biện chứng khi dạy học môn Hình học ở trường trung học phổ thông**. NXB *Giáo dục Việt Nam*, H. 2010.

Con đường hình thành...

(Tiếp theo trang 47)

giúp HS vừa kiến tạo khái niệm đạo hàm, vừa học cách thức xây dựng khái niệm mới.

***

Trên đây, chúng tôi điểm lại một số con đường hình thành sơ đồ nhận thức về khái niệm toán học. Trong dạy học, nếu GV chú trọng đến việc tổ chức các hoạt động dạy học phù hợp với các con đường này sẽ giúp HS kiến tạo nên những sơ đồ nhận thức khái niệm toán học mới một cách chuẩn xác và vững chắc. ❑

(1) J. Piaget. **Tâm lí học và giáo dục học**. NXB *Giáo dục*, H. 2001.

Tài liệu tham khảo

1. Cao Thị Hà. "Dạy học định lí toán học ở trường trung học phổ thông theo quan điểm kiến tạo". *Tạp chí Giáo dục*, số 181/2008.
2. Chu Trọng Thanh. "Sử dụng các khái niệm công cụ trong lí thuyết phát sinh nhận thức của J. Piaget vào môn Toán". *Tạp chí Giáo dục*, số 207/2009.