PHÁT TRIỂN BÀI TẬP TOÁN TRONG DẠY HỌC TOÁN Ở PHỔ THÔNG NHẰM RÈN LUYỆN TƯ DUY CHO HỌC SINH

O TS. NGUYỄN MẠNH CHUNG*

Ở phổ thông, trong quá trình dạy học toán, giải bài tập toán (BTT) là hoạt động học tập chủ yếu của học sinh (HS). Việc nâng cao dần mức độ khó khăn của các BTT sẽ giúp HS lĩnh hội kiến thức và tự khám phá ra tri thức mới.

Bài viết trình bày một số vấn đề về phát triển BTT trong dạy học nhằm rèn luyện tư duy cho HS.

1. Dạy học giải BTT

Trong dạy học môn Toán, thông qua dạy học giải BTT sẽ rèn luyện được cho HS một số hoạt động học tập sau:

- Hoạt động toán học phức hợp, đó là những hoạt động như: chứng minh, giải toán bằng cách lập phương trình, giải toán dựng hình, tìm tập hợp điểm...

- Hoạt động trí tuệ phổ biến trong toán học, đó là những hoạt động như: lật ngược vấn đề, xét tính giải được (có nghiệm, nghiệm duy nhất, vô nghiệm), phân chia trường hợp, hoạt động tư duy hàm, mô hình hóa toán học.

- Các hoạt động trí tuệ chung, đó là các hoạt động như: so sánh, phân tích, tổng hợp, trừu tượng hoá, khái quát hoá,...

- Hoạt động ngôn ngữ, đó là những hoạt động được thực hiện khi HS được yêu cầu phát biểu chính xác các định nghĩa, định lí, giải thích hoặc biến đổi các mệnh đề toán học.

2. Một số thao tác tư duy được hình thành trong dạy học giải BTT

Trong quá trình dạy học giải các BTT, HS được hình thành các thao tác tư duy sau:

1) Phân tích - tổng hợp. Năng lực phân tích - tổng hợp thường được thể hiện trong những tình huống sau: - Khi chứng minh các kết quả của một bài toán; - Khi phân chia các trường hợp; - Khi trình bày lời giải của bài toán (dùng phép phân tích để tìm lời giải và dùng phép tổng hợp để trình bày lời giải của bài toán đó).

2) Tương tự hoá được xét trong các tình huống như: - Tương tự về cách giải của bài toán; - Tương tự về nội dung của bài toán, nhưng có những cách giải khác nhau.

3) Khái quát hoá, được xét trong các tình huống như: - Khái quát từ một số trường hợp; - Khái quát từ một trường hợp.

4) Đặc biệt hoá được xét trong một số tình huống, chẳng hạn như: - Đặc biệt hóa để đưa ra tính chất mạnh hơn; - Đặc biệt hoá để dự đoán tìm ra cách giải quyết vấn đề (cách giải).

3. Một số ví dụ

Dưới đây, chúng tôi đưa ra một số ví dụ về việc phát triển BTT trong dạy học với chủ đề: *Hệ thức lượng trong tam giác và trong đường tròn ở* phổ thông, nghĩa là từ một bài toán ban đầu, nâng cao dần mức độ khó ta thu được những kết quả mới trong toán học, qua đó, rèn luyện tư duy cho HS.

1) Về hệ thức lượng trong tam giác. Trong phần này, dạng bài tập chủ yếu ở các mảng kiến thức: - Các hệ thức về cạnh và góc trong tam giác; - Các hệ thức về bán kính đường tròn nội tiếp, ngoại tiếp, bàng tiếp của tam giác; - Các hệ thức về công thức tính diện tích của tam giác.

Ví dụ 1: Chứng minh rằng trong mọi tam giác ABC, ta đều có:

1) $\sin A+\sin B+\sin C=4.\cos\frac{A}{2}.\cos\frac{B}{2}.\cos\frac{C}{2}$ (1)

2) Sin2A + sin2B + sin2C = 4.sinA.sinB.sinC (2)

Dùng các thao tác tư duy như: *phân tích, tổng hợp,* người học tìm cách giải của bài toán này; từ kết quả của bài toán, bằng phép *tương tự* trong toán học, ta thu được các kết quả sau:

3) $\sin 3A+\sin 3B+\sin 3C=(-4).\cos\frac{3A}{2}.\cos\frac{3B}{2}.\cos\frac{3C}{2}$ (3);

4) Sin4A + sin4B + sin4C = -4sin2A. sin2B. sin2C (4).

Từ các công thức (1), (2), (3), (4), ta có thể *khái quát* lên thành bài toán *tổng quát* khác:

Bài toán: Chứng minh rằng, với mọi tam giác ABC, ta đều có:

* Trường Đại học Hồng Đức

1) sin (2k + 1)A + sin(2k + 1)B + sin(2k + 1) C

$= (-1)^k.4.\cos(2k+1)\frac{A}{2}.\cos(2k+1)\frac{B}{2}.\cos(2k+1)\frac{C}{2}; k \in Z$ (5)

2) sin2kA + sin2kB + sin2kC = $(-1)^{k+1}$. 4sinkA. sinkB . sinkC (6).

Ví dụ 2: Chứng minh rằng trong tam giác ABC bất kì, luôn có: S = p. r (7) (với S là diện tích của tam giác, r là bán kính đường tròn nội tiếp, p là nửa chu vi của tam giác đó).

Dùng các thao tác phân tích, tổng hợp, HS dễ dàng đưa ra được lời giải; GV có thể hướng dẫn HS khai thác kết quả của bài toán này theo các hướng sau:

- Theo công thức (7): S = p.r, mặt khác lại có: $r = (p-a).\tan\frac{A}{2} = (p-a).\tan\frac{B}{2} = (p-c).\tan\frac{C}{2}$, ta có thể đưa ra các công thức tính diện tích tam giác ABC bằng các cách sau: $S = p.(p-a).\tan\frac{A}{2}$ (8); $S = p.(p-b).\tan\frac{B}{2}$ (9); $S = p.(p-c).\tan\frac{C}{2}$ (10).

- Ta có: $r_a = p.\tan\frac{A}{2}$; $r_b = p.\tan\frac{B}{2}$; $r_c = p.\tan\frac{C}{2}$; với r_a; r_b; r_c lần lượt là bán kính đường tròn bàng tiếp các góc A, B, C của tam giác ABC. Khi đó, thay vào công thức (7), ta dễ dàng có được các công thức tính diện tích của tam giác ABC qua r_a; r_b; r_c và các cạnh a, b, c của tam giác:

S = r_a. (p - a) (11); S = r_b . (p - b) (12); S = r_c. (p - c) (13).

- Từ: S = p. r; S = R_a. (p - a); S = r_b. (p - c); S = r_c . (p - c); $S = \sqrt{p.(p-a).(p-b).(p-c)}$ ta suy ra công thức: $S = \sqrt{r.r_a.r_b.r_c}$ (14), đây là công thức tính S qua r, r_a, r_b, r_c.

- Từ S = p.r; suy ra: $\frac{1}{S} = \frac{1}{r_a^2}.\tan\frac{A}{2} + \frac{1}{r_b^2}.\tan\frac{B}{2} + \frac{1}{r_c^2}.\tan\frac{C}{2}$ (15), đây là công thức biểu diễn mối quan hệ giữa S và r_a, r_b, r_c với các góc của ΔABC.

2) Về hệ thức lượng trong đường tròn

Bài toán: Cho ΔABC, gọi (O; R); (I; r); (J; r_a) lần lượt là đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp và bàng tiếp góc A của ΔABC. Chứng minh các công thức Euler sau:

a) $OI^2 = R^2 - 2Rr$ (17); b) $OJ^2 = R^2 + 2Rr_a$ (18).

Bằng cách nâng cao dần mức độ khó của bài toán, GV có thể hướng dẫn HS thu được những kết quả sau:

- Theo kết quả câu a) $OI^2 = R^2 - 2Rr \geq 0$, suy ra $R \geq 2r$ hay $\frac{r}{R} \leq \frac{1}{2}$. Đây là một kết quả quan trọng của hệ thức lượng trong tam giác, từ đó, ta có thể phát biểu thành bài toán: Cho ΔABC, gọi R, r lần lượt là bán kính đường tròn ngoại tiếp và nội tiếp tam giác ABC. Chứng minh rằng $\frac{r}{R} \leq \frac{1}{2}$ (19).

- Cũng theo kết quả câu a), ta thu được: $OI^2 - R^2 = -2Rr = -\frac{abc}{a+b+c}$. Tương tự, từ $OJ^2 = R^2 + 2Rr_a$, suy ra $OJ^2 - R^2 = 2Rr_a = \frac{abc}{b+c-a}$.

Từ các kết quả trên ta có bài toán mới sau: *Cho ΔABC có CA = b; BC = a; AB = c; R là bán kính đường tròn ngoại tiếp tam giác ABC; gọi O, I, J, lần lượt là tâm đường tròn ngoại tiếp, nội tiếp, bàng tiếp góc A của tam giác ABC. Chứng minh:* $OI^2 - R^2 = -\frac{abc}{a+b+c}$; $OJ^2 - R^2 = \frac{abc}{b+c-a}$.

Trong dạy học toán, nếu GV thường xuyên chú ý đến việc phát triển các BTT, sẽ góp phần phát huy năng lực giải quyết vấn đề và năng lực sáng tạo cho HS.

***

Trong dạy học toán nói chung và dạy học giải BTT nói riêng, nếu GV biết phát triển, nâng cao dần mức độ khó khăn của BTT một cách phù hợp sẽ giúp HS rèn luyện được tư duy sáng tạo. Từ đó, HS hứng thú, tích cực trong quá trình học tập môn Toán; góp phần nâng cao hiệu quả dạy học. ❑

Tài liệu tham khảo

1. Nguyễn Bá Kim (chủ biên) - Vũ Dương Thụy. **Phương pháp dạy học môn Toán**. NXB *Giáo dục*, H. 1997.
2. Hoàng Kì (chủ biên) - Hoàng Thanh Hà. **Đại số sơ cấp và thực hành giải toán**. NXB *Đại học sư phạm*, H. 2005.
3. Vũ Dương Thụy (chủ biên) - Phạm Gia Đức - Hoàng Ngọc Hưng - Đặng Đình Lăng. **Thực hành giải toán**. NXB *Giáo dục*, H. 1998.

SUMMARY

In teaching solving mathematical problems, if teachers know how to step by step raising the difficulty level of mathematical exercises in an appropriate manner, it will help students training their creative thinking and problem-solving capability.