

# MỘT SỐ TÌNH HUỐNG DẠY HỌC GIẢI TÍCH SỬ DỤNG BIỂU DIỄN TOÁN HỌC NHẪM BỒI DƯỠNG KHẢ NĂNG GIAO TIẾP CỦA SINH VIÊN SỰ PHẠM TOÁN Ở CÁC TRƯỜNG ĐẠI HỌC

ĐỖ THỊ HOÀI\*

Ngày nhận bài: 08/03/2017; ngày sửa chữa: 20/04/2017; ngày duyệt đăng: 21/04/2017.

**Abstract:** This paper presents some situations of teaching analytics with mathematic graphs and diagrams for mathematics pedagogical students at universities. These teaching situations help students majoring in mathematics improve ability of communication and language use, equipping them with method of self-learning and enhancing their learning efficiency.

**Keywords:** Teaching situation, mathematics communication.

## 1. Đặt vấn đề

Trong dạy học Toán, giao tiếp (GT) có vai trò quan trọng trong việc hình thành, phát triển tư duy, ngôn ngữ cho người học. Giao tiếp toán học (GTTH) có vai trò quan trọng trong việc rèn luyện những năng lực cần thiết, ngôn ngữ và tư duy toán học, giúp người học hiểu các kiến thức toán học một cách sâu sắc hơn. Nhiều nhà giáo dục Toán cho rằng GT là một phần quan trọng và là nền tảng của giáo dục Toán: *GTTH là một ý tưởng quan trọng, không chỉ đối với việc cải thiện Toán học mà còn phát triển các khả năng cần thiết cho sự phát triển bền vững kiến thức xã hội* [1]. Vì vậy, việc tạo môi trường, đưa ra các tình huống dạy học phù hợp là cần thiết.

Để nâng cao chất lượng giáo dục đại học, hướng tới mục tiêu phát triển năng lực người học, bài viết trình bày một số tình huống dạy học Giải tích sử dụng biểu diễn toán học (BDTH) nhằm bồi dưỡng khả năng GT cho sinh viên (SV).

## 2. Nội dung

**2.1. GTTH, BDTH và tình huống dạy học nhằm bồi dưỡng khả năng GT cho SV sự phạm Toán ở các trường đại học.** Các nhà nghiên cứu có nhiều ý kiến khác nhau về GTTH. Theo Hội giáo viên toán của Mĩ: *GT là một phần tất yếu của toán học và giáo dục toán, là cách chia sẻ ý tưởng, phản ánh kịp thời và thảo luận. Quá trình GT giúp người học hiểu toán sâu sắc hơn* [2]. Cheah Ui Hock cho rằng: *GT là một phần thiết yếu của lớp học toán. Người học có thể sử dụng ngôn ngữ nói để trao đổi những vấn đề mà mình suy nghĩ, rèn luyện tư duy và hiểu các khái niệm toán học. Họ cũng có thể sử dụng ngôn ngữ viết để giải thích, đưa ra các lập luận của mình về các ý tưởng toán học. Thông qua GT, ý tưởng toán học được tạo điều kiện, xây dựng và phát triển* [3].

BDTH là việc sử dụng kí hiệu, sơ đồ, đồ thị, biểu đồ, các ví dụ thực tế,... để trình bày, khám phá các vấn đề toán học; là cầu nối để GT với người khác một cách dễ dàng. Bruner, nhà tâm lí học nhận thức người Mĩ khi nghiên cứu nhận thức toán học của trẻ em cũng như tư duy có tính biểu diễn, đã chỉ ra rằng có thể chia biểu diễn thành 3 phạm trù từ thấp đến cao, từ cụ thể đến trừu tượng: - Thực tế: Gồm các biểu diễn thực tế ở mức độ thấp nhất và biểu diễn bằng vật liệu thao tác được trực tiếp bằng tay; - Biểu tượng: Các biểu diễn trực quan sử dụng hình ảnh, đồ thị, sơ đồ, biểu bảng,...; - Kí hiệu: Gồm có biểu diễn ngôn ngữ và biểu diễn kí hiệu.

Tình huống dạy học có tác dụng bồi dưỡng khả năng GT là tình huống tối thiểu phải thỏa mãn một trong các điều kiện sau: chứa đựng khó khăn, mâu thuẫn, chương ngại yêu cầu người học phải vượt qua; chứa đựng nhiều ý tưởng cần tranh cãi; chứa nhiều cách giải quyết, từ đó tìm ra cách giải tối ưu; có chứa sai lầm để tăng cường đối thoại giữa người học, khả năng phát hiện và giải quyết vấn đề; là tình huống có thể mở rộng, khái quát được,...

**2.2. Một số tình huống dạy học Giải tích sử dụng BDTH để bồi dưỡng khả năng GT cho SV sự phạm Toán ở các trường đại học**

**2.2.1. Tình huống kết nối toán học với thực tiễn.** Toán học nói chung và Toán giải tích nói riêng có nguồn gốc từ thực tiễn và là kết quả của sự trừu tượng hóa các sự vật, hiện tượng và có vai trò quan trọng trong việc thực hiện mục tiêu chung của giáo dục đại học. Lí thuyết tình huống cho rằng điều cốt yếu của phương pháp dạy học là thiết lập môi trường có dụng ý sự phạm để người học có thể học tập

\* Trường Đại học Hải Phòng

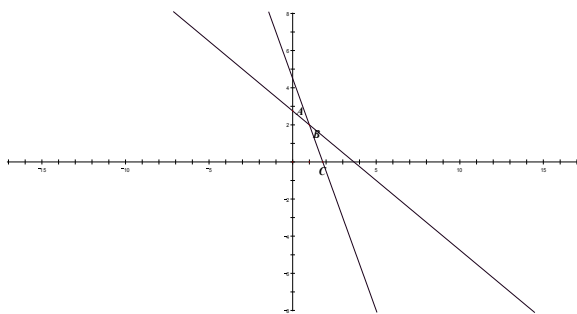
trong hoạt động, học tập bằng thích nghi. Thiết kế tình huống GT trong dạy học Giải tích thể hiện sự kết nối toán học với thực tiễn và tạo môi trường cho SV trình bày ý tưởng, đưa ra lập luận về các vấn đề toán học, thấy được vai trò của toán học trong thực tiễn. Tình huống thực tiễn phải là tình huống có vấn đề, có nội dung hấp dẫn, gần gũi, giúp người học có thể liên tưởng, biểu diễn,... Thông qua biểu diễn, SV rèn luyện được khả năng nhận biết các mối quan hệ toán học cùng dạng (hay sự tương đồng nào đó) ẩn chứa trong các tình huống khác nhau.

**Tình huống 1:** Khi học xong cách tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm hai biến trong một miền đóng và bị chặn, SV có thể thực hiện yêu cầu tìm giá trị lớn nhất của hàm số  $z = x + 2y$  trong miền D giới hạn bởi các đường  $5x + 2y = 9, 3x + 4y = 11, x \geq 0, y \geq 0$  bằng cách tìm giá trị lớn nhất của hàm số trên biên của D, so sánh với giá trị của hàm số tại điểm dừng.

Từ tình huống cụ thể này, GV khuyến khích SV thảo luận, trao đổi để liên hệ với thực tế, từ đó tìm các cách giải khác. Chẳng hạn, SV có thể đưa về một bài toán thực tiễn sau: Để sản xuất kẹo và bánh, người ta cần hai nguyên liệu chính là đường và bột mì. Hiện có 9g đường và 11g bột mì. Biết rằng, để sản xuất 1g kẹo cần 5g đường và 3g bột mì; để sản xuất 1g bánh cần 2g đường và 4g bột mì. Giá 1g kẹo là 1.000 đồng, 1g bánh là 2.000 đồng. Hãy lập kế hoạch sản xuất sao cho tổng giá trị sản phẩm là lớn nhất.

Khi đó, SV có thể lập mô hình toán và giải bài toán trên bằng phương pháp đơn hình. Nếu SV dùng biểu diễn hình học: Tìm trong họ đường thẳng song song  $x + 2y = f$  (gọi là họ đường mức) một đường mức ứng với  $f_{\max}$ , có ít nhất một điểm chung với miền D (xem hình 1).

Qua hình 1, ta có kết quả  $f_{\max} = 11/2$  tại điểm  $A(0; 1/4)$ .



Hình 1

Với tình huống nêu trên, nếu SV chỉ giải bằng cách tìm giá trị lớn nhất và nhỏ nhất, các em sẽ không

hiểu sâu vấn đề cần giải quyết, bài toán sẽ khó tìm nhiều cách giải và không có được mối liên hệ với thực tiễn. Khi đó, việc giải bài toán trở nên gượng ép, cứng nhắc. Giảng viên cần khuyến khích SV đưa về bài toán thực tiễn để nội dung bài toán trở nên hấp dẫn hơn, giúp các em có những lập luận, GT các ý tưởng toán học, mô hình hóa toán học, liên hệ giữa các môn học với nhau,...

**2.2.2. Tình huống có biểu diễn trực quan.** Theo Trần Vui [4], biểu diễn trực quan là công cụ hỗ trợ đắc lực cho quá trình tư duy của người học. Các biểu diễn trực quan như: đồ thị, sơ đồ, biểu bảng được xem là công cụ để trực quan hóa, nhằm giúp người học hiểu được các đối tượng toán học trừu tượng. Biểu diễn trực quan không chỉ được dành cho mục đích minh họa mà còn là một thành phần chính của suy luận, hỗ trợ tích cực cho quá trình giải quyết vấn đề.

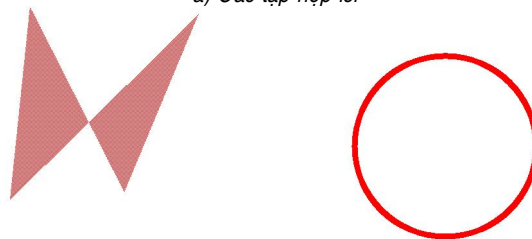
**Tình huống 2:** Nhận dạng tập lồi, tập đóng, tập mở. Tập  $S \subset \mathbb{R}^n$  được gọi là lồi nếu với mọi  $x^1, x^2 \in S$ , ta có:  $tx^1 + (1-t)x^2 \in S$ , với mọi  $t$  trong khoảng  $0 \leq t \leq 1$ .

Như vậy, một tập hợp là lồi nếu nó chứa hai điểm bất kỳ thì sẽ chứa tất cả các điểm trung bình theo trọng số (tổng trọng số bằng 1) của hai điểm đó. Giảng viên cho SV nhận dạng tập lồi, tập không lồi ở hình 2. Thông qua biểu diễn hình ảnh tập lồi, SV đưa ra được nhận xét: Các tập hợp lồi có hình dáng đẹp: không có hố, không nứt gãy, không bị cong trên biên.

Các tập hợp lồi



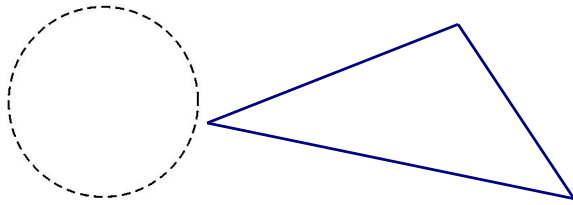
a) Các tập hợp lồi



b) Các tập hợp không lồi

Hình 2

Tập mở trong  $\mathbb{R}^n$  (open set). Ta nói tập  $S \subset \mathbb{R}^n$  là mở nếu với mỗi  $x \in S$ , tồn tại  $\varepsilon > 0$  sao cho hình cầu mở  $B_\varepsilon(x) \subset S$ . Có thể hiểu, tập S là mở nếu ta có thể vẽ trong S một hình cầu mở (dù to hay nhỏ), bao quanh một điểm bất kỳ thuộc S.



3a) Tập mở

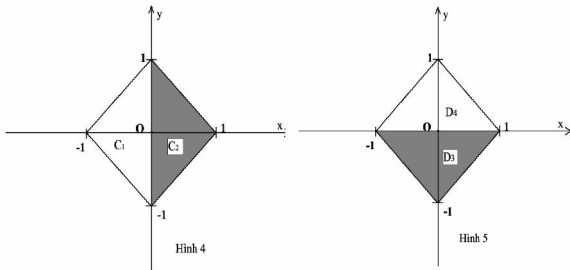
3b) Tập đóng

Hình 3

Từ hình 3, SV có thể rút ra kết luận: tập mở không chứa điểm biên nào còn tập đóng chứa mọi điểm biên của nó.

**Tình huống 3:** Tính tích phân  $\iint_D (x+y) dx dy$ ,  $D$  là miền được giới hạn bởi  $x+y=1, x+y=-1, y-x=1, y-x=-1$ .

**Cách 1:** Chia  $D$  thành các miền  $C_1, C_2$  hoặc  $D_3, D_4$  (như hình 4, hình 5).

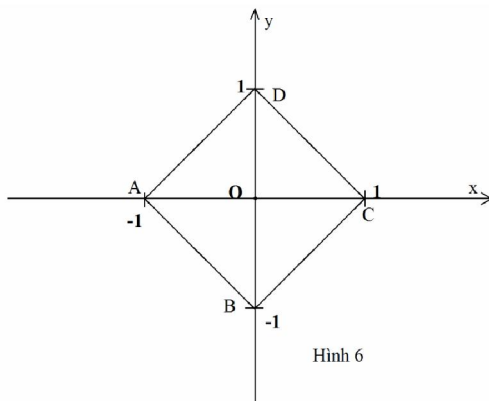


Khi đó:

$$\iint_D (x+y) dx dy = \iint_{C_1} (x+y) dx dy + \iint_{C_2} (x+y) dx dy = \int_{-1}^0 dx \int_{-x-1}^{-x} (x+y) dy + \int_0^1 dx \int_{x-1}^{1-x} (x+y) dy$$

$$\iint_D (x+y) dx dy = \iint_{D_3} (x+y) dx dy + \iint_{D_4} (x+y) dx dy = \int_{-1}^1 dx \int_{-x-1}^{-x} (x+y) dy + \int_{-1}^1 dx \int_{x-1}^{1-x} (x+y) dy$$

**Cách 2:** Chuyển qua tích phân đường bằng cách dùng công thức Green (hình 6).



$$\iint_D (x+y) dx dy = \frac{1}{2} \oint_L x^2 dy - y^2 dx = \frac{1}{2} \int_{AB} x^2 dy - y^2 dx + \frac{1}{2} \int_{BC} x^2 dy - y^2 dx + \frac{1}{2} \int_{CD} x^2 dy - y^2 dx + \frac{1}{2} \int_{DA} x^2 dy - y^2 dx$$

Thông qua trao đổi, thảo luận, đặc biệt là dựa vào hình vẽ, SV sẽ có lập luận phù hợp để tìm cách tính tích phân kép theo lời giải trên hoặc đưa ra phương pháp khác. Khi học ở bậc đại học, các khái niệm toán học tương đối trừu tượng, nếu SV nhận dạng khái niệm thông qua các biểu diễn trực quan (*tình huống 2*) thì khái niệm trở nên đơn giản, gần gũi, dễ tưởng tượng, các em hiểu được bản chất của khái niệm. SV dùng hình ảnh, đưa ra các lập luận để thấy được ý nghĩa của các khái niệm toán học và mối liên hệ giữa chúng. Ở *tình huống 3*, nếu SV không sử dụng các biểu diễn trực quan thì khó đưa ra được cách giải chính xác và số cách giải bị hạn chế. Việc sử dụng hình vẽ giúp SV tiếp cận vấn đề dễ dàng, có các cách lập luận, cách giải khác nhau, hiểu sâu vấn đề, phát triển khả năng GTTH,...

### 3. Kết luận

Các BDTH là công cụ để khám phá các vấn đề toán học, cho phép SV trao đổi các cách tiếp cận bài toán, cách lập luận, áp dụng và dịch chuyển giữa các BDTH để giải quyết vấn đề; sử dụng biểu diễn để mô hình hóa toán học, ... Trong dạy học nói chung, dạy học môn *Giải tích* nói riêng, để phát triển khả năng GT cho SV sư phạm Toán ở các trường đại học, giảng viên cần đưa ra được những tình huống dạy học phù hợp, có dụng ý sư phạm tốt, đặc biệt là các tình huống có sử dụng BDTH nhằm giúp các em có thể thảo luận, trao đổi về các vấn đề toán học, giải quyết vấn đề, hình thành và kiến tạo tri thức mới, đáp ứng mục tiêu của quá trình dạy học.  $\square$

### Tài liệu tham khảo

- [1] Hoa Ánh Tường (2014). *Sử dụng nghiên cứu bài học để phát triển giao tiếp toán học cho học sinh trung học cơ sở*. Luận án tiến sĩ Giáo dục học, Trường Đại học Sư phạm TP. Hồ Chí Minh.
- [2] National Council of Teachers of Mathematical (2007). *Principles and Standards for School mathematics*, Reston, VA: Author.
- [3] Cheah Ui Hock (2008). *Refining communication to improve mathematics*. Proceedings of APEC - Khon Kean International Symposium in 25-29 August 2008 at Khon Kaen University "Innovative Teaching Mathematics through Lesson Study III - Focus on Mathematical Communication".
- [4] Trần Vui (2014). *Giải quyết vấn đề thực tế trong dạy học Toán*. NXB Đại học Huế.
- [5] Phạm Văn Hoàn - Trần Thúc Trình - Nguyễn Gia Cốc (1987). *Giáo dục học môn Toán*. NXB Giáo dục.
- [6] G.Polya (1997). *Sáng tạo toán học*. NXB Giáo dục.
- [7] Nguyễn Bá Kim (2004). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.