

RÈN LUYỆN CÁC THAO TÁC TƯ DUY CHO HỌC SINH TRONG DẠY HỌC GIẢI TOÁN CHỦ ĐỀ ĐƯỜNG TRÒN (TOÁN 9)

NGUYỄN DƯƠNG HOÀNG*

Ngày nhận bài: 23/09/2017; ngày sửa chữa: 02/10/2017; ngày duyệt đăng: 04/10/2017.

Abstract: Thinking is an individual process that performs manipulations to solve a problem or a task. In teaching mathematics, training manipulations of thinking plays an important role in developing thinking competence for students, which is the basis for students to master and apply learned knowledge in practice. The article focuses on training manipulations of thinking for students in solving circle problems - Geometry grade 9 with aim to improve quality of teaching mathematics at secondary school.

Keywords: Thinking manipulations, teaching mathematics, problem of circle.

1. Đặt vấn đề

Theo Từ điển Tiếng Việt: Tư duy là quá trình nhận thức, phản ánh những thuộc tính bản chất, những mối quan hệ có tính chất quy luật của sự vật hiện tượng[1]. Tư duy là giai đoạn cao của nhận thức, đi sâu vào bản chất và phát hiện ra quy luật của sự vật bằng những hình thức như biểu tượng, phán đoán, suy lí,... Tư duy là một quá trình cá nhân thực hiện các thao tác tư duy để giải quyết một vấn đề hay nhiệm vụ đặt ra. Đối tượng của thao tác tư duy là những hình ảnh, biểu tượng, kí hiệu. Các thao tác tư duy chủ yếu bao gồm: phân tích, tổng hợp, so sánh, tương tự, khái quát hóa, trừu tượng hóa,...

Trong dạy học giải Toán, rèn luyện các thao tác tư duy có vai trò quan trọng trong việc phát triển tư duy, là cơ sở để học sinh (HS) nắm vững và vận dụng kiến thức đã học vào thực tiễn. Bài viết đề cập vấn đề rèn luyện các thao tác tư duy cơ bản cho HS trong dạy học giải toán chủ đề Đường tròn (Toán 9).

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Rèn luyện thao tác tư duy phân tích, tổng hợp trong dạy học giải toán chủ đề “Đường tròn” (Toán 9).

Theo G.Polya: “Phân tích là thao tác tư duy nhằm chia một chỉnh thể thành nhiều bộ phận để đi sâu vào các chi tiết trong từng bộ phận. Tổng hợp là thao tác tư duy bao quát lên một chỉnh thể gồm nhiều bộ phận, tìm các mối liên hệ giữa các bộ phận của chỉnh thể đó”[2; tr 122].

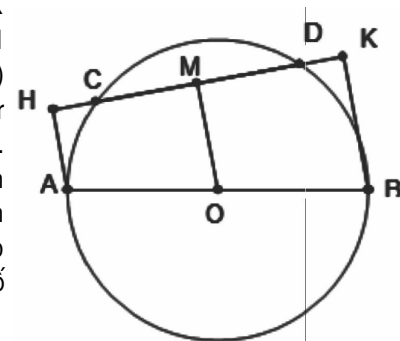
Như vậy, có thể hiểu phân tích là quá trình dùng trí óc để phân chia đối tượng nhận thức thành các bộ phận, thành phần khác nhau, từ đó chỉ ra những thuộc tính, đặc điểm của đối tượng nhận thức. Chẳng hạn, khi phân tích một bài toán được hiểu là tách các yếu tố trong bài toán đó, làm xuất hiện yếu tố cần giải quyết. Tổng hợp là quá trình dùng trí óc để hợp nhất, sắp xếp hay kết hợp những bộ phận, thành phần, thuộc tính,... của đối tượng nhận thức thành một chỉnh thể, để từ đó nhận thức đối tượng một cách bao quát, toàn diện hơn. Trong tư duy, tổng hợp

là thao tác được xem là mang dấu ấn sáng tạo và gắn với tư duy sáng tạo. Phân tích và tổng hợp là hai thao tác của một quá trình thống nhất biện chứng: sự phân tích được tiến hành theo hướng tổng hợp, còn tổng hợp được thực hiện theo kết quả của phân tích. Đây là hai thao tác cơ bản của một quá trình tư duy.

Theo [3], có thể phân tích và biến đổi bài toán khi tìm cách giải bài toán. Thông qua phân tích và biến đổi, ta tìm cách chuyển bài toán đã cho thành bài toán mới tương đương. Người học cần “khám phá” được mối liên hệ tất yếu, làm cho giả thiết gắn với kết luận bằng cách định hướng các phép biến đổi, phân tích giả thiết và kết luận của bài toán. Phân tích và tổng hợp là hai thao tác tư duy khác nhau nhưng lại thống nhất với nhau. Chúng là những yếu tố quan trọng, giúp HS nắm vững và vận dụng kiến thức một cách sáng tạo. Trong dạy học môn Toán, thao tác phân tích thường được sử dụng để tìm hiểu đề bài, nhận diện bài toán thuộc dạng nào, phân tích cách diễn đạt các mối quan hệ của bài toán, phân tích thuật ngữ, câu hỏi, yêu cầu, tình huống của bài toán,...; sau đó tổng hợp các yếu tố, điều kiện vừa phân tích trong bài toán để đưa ra điều kiện mới, kết luận mới,...

Ví dụ 1: Cho đường tròn (O) đường kính AB, dây CD không cắt đường kính AB. Gọi H và K theo thứ tự là chân các đường vuông góc kẻ từ A và B đến CD. Chứng minh rằng: CH = DK (gợi ý: kẻ OM vuông góc với CD) (Toán 9, tập 1, tr 104) (xem hình 1).

GV có thể rèn luyện cho HS phân tích và tổng hợp thông qua một số hướng dẫn sau:



Hình 1

* Trường Đại học Đồng Tháp

- Hướng dẫn HS giải theo hướng phân tích bằng hệ thống câu hỏi sau:

+ *Câu hỏi 1:* Kẻ OM vuông góc CD. Để chứng minh $CH = DK$, ta cần làm như thế nào? (nếu chứng minh $MC = MD$ và $MH = MK$, ta sẽ thu $HC = DK$).

+ *Câu hỏi 2:* Để chứng minh: $MH = MK$, $MC = MD$, ta cần chỉ ra những điều gì? (để chứng minh $MH = MK$, ta cần chứng minh M là trung điểm của HK. Do $OA = OB$, cần chỉ ra OM là đường trung bình của hình thang ABKH. Khi chứng minh $MC = MD$, sử dụng tính chất đường kính vuông góc với dây cung sẽ chia dây cung ấy ra hai phần bằng nhau).

+ *Câu hỏi 3:* Hãy chỉ ra vì sao ABKH là hình thang? (Vì AH vuông góc với CD và BK vuông góc với CD nên AH//BK, hay ABKH là hình thang).

- Hướng dẫn HS giải theo hướng tổng hợp bằng hệ thống câu hỏi như sau:

+ *Câu hỏi 1:* Từ giả thiết AH vuông góc với CD và BK vuông góc với CD, ta có thể suy ra được điều gì? (vì AH vuông góc với CD và BK vuông góc với CD nên AH//BK, hay ABKH là hình thang).

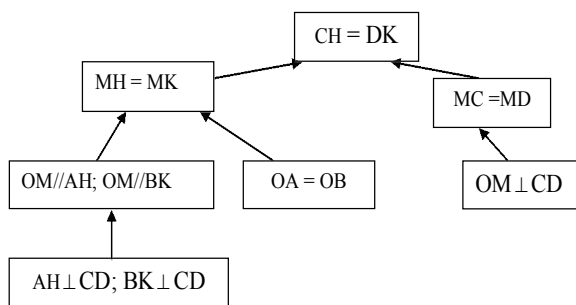
+ *Câu hỏi 2:* Vẽ OM vuông góc với CD, khi đó ta có các đoạn thẳng nào song song với nhau? (AH//BK//OM).

+ *Câu hỏi 3:* Ta có O là trung điểm của AB và OM//AH//BK, khi đó suy ra điều gì? (suy ra OM là đường trung bình của hình thang ABKH và M là trung điểm của HK, hay $MH = MK$).

+ *Câu hỏi 4:* Khi OM vuông góc CD, suy ra được điều gì? (suy ra $MC = MD$)

+ *Câu hỏi 5:* Từ $MH = MK$, $MC = MD$, ta chứng minh được những đoạn thẳng nào bằng nhau? (Chứng minh được $CH = DK$),...

Có thể biểu diễn quá trình phân tích tìm lời giải bài toán theo sơ đồ:



Sau đó, sử dụng tổng hợp để trình bày lời giải.

Tuy nhiên, không có một cách rèn luyện nào phù hợp cho mọi đối tượng, thậm chí có những quá trình phân tích - tổng hợp khi giải một bài tập là rất hiệu quả với HS này nhưng lại không hiệu quả với HS khác. Vì thế, việc giáo viên

(GV) tìm hiểu, phân tích kĩ các bài tập trước khi hướng dẫn cho HS quá trình phân tích, tổng hợp để giải các bài toán là rất quan trọng

2.2. Rèn luyện thao tác so sánh và tương tự. Theo G.Polya "So sánh là xác định sự giống nhau và khác nhau của các sự vật và hiện tượng. Muốn so sánh hai sự vật (hiện tượng), ta phải phân tích các dấu hiệu, các thuộc tính bản chất giữa chúng, đối chiếu các dấu hiệu, các thuộc tính đó với nhau, rồi tổng hợp lại xem hai sự vật đó có gì giống và khác nhau" [2; tr 20]; "Tương tự là một kiểu giống nhau nào đó. Những đối tượng giống nhau phù hợp với nhau trong một quan hệ nào đó" [2; tr 22].

So sánh có hai mục đích: phát hiện những đặc điểm chung và đặc điểm khác nhau ở một số đối tượng, sự kiện. Tương tự là thao tác tư duy dựa trên sự giống nhau về tính chất và quan hệ của những đối tượng toán học khác nhau. Trong toán học, người ta thường xét các vấn đề tương tự trên các khía cạnh sau: - Hai phép chứng minh tương tự nếu cách thức, phương pháp chứng minh là giống nhau; - Hai hình tương tự nếu chúng có nhiều tính chất giống nhau.

Ví dụ 2: Trên hình 2, tam giác ABC nội tiếp đường tròn (O).

- Chứng minh rằng: $2AD = AB + AC - BC$.
- Tìm các hệ thức tương tự như ở câu a.

Hướng dẫn:

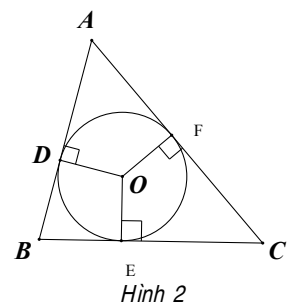
- Theo tính chất hai tiếp tuyến cắt nhau, ta có: $AD = AF$, $BD = BE$, $CE = CF$, nên:

$$\begin{aligned} AB + AC - BC &= (AD + BD) + (AF + CF) - (BE + CE) \\ &= AD + BD + AF + CF - BE - CE \\ &= AD + AF = 2AD \end{aligned}$$

- Các hệ thức tương tự:

$$\begin{aligned} 2BE &= BA + BC - AC \\ 2CF &= CA + CB - AB \end{aligned}$$

Khi giải bài tập này, HS cần nắm được các phép so sánh, tương tự, chẳng hạn: HS so sánh các đối tượng của bài toán và nhận ra trong hệ thức: $2AD = AB + AC - BC$, đỉnh A



của tam giác ABC là điểm chung của hai tiếp tuyến cắt nhau AD và AF. HS có thể suy luận, so sánh xem có sự tương đồng nào trên các đối tượng này và hệ thức chứng minh ở câu a không? Kết quả: HS sử dụng phép tương tự hóa để nhận ra rằng, nếu đường tròn (O) nội tiếp trong tam giác ABC thì: hai lần khoảng cách từ một đỉnh đến tiếp điểm bằng tổng hai cạnh có đỉnh là điểm đó trừ đi cạnh còn lại. Từ nhận xét này, HS có thể tìm ra được các hệ thức tương tự.

Để HS tìm được hệ thức tương tự, GV cần hướng dẫn các em thông qua hệ thống câu hỏi sau:

+ *Câu hỏi 1:* Em có nhận xét gì về vị trí tương đối của tam giác ABC và đường tròn? (GV mong đợi HS trả lời được tam giác ABC ngoại tiếp đường tròn, còn đường tròn nội tiếp tam giác ABC).

+ *Câu hỏi 2:* Từ hệ thức $2AD = AB + AC - BC$, em hãy nêu đặc điểm gì đặc biệt trong hệ thức này? Khoảng cách từ đỉnh đến tiếp điểm và các cạnh của tam giác? (GV mong đợi HS trả lời hai lần khoảng cách từ một đỉnh đến tiếp điểm bằng tổng hai cạnh có đỉnh là điểm đó trừ đi cạnh còn lại). Từ đó, HS sẽ tìm được hệ thức tương tự.

2.3. Rèn luyện thao tác tư duy khái quát hóa, trừu tượng hóa. Theo Nguyễn Bá Kim: “*Khái quát hóa là chuyển từ một tập hợp đối tượng sang một tập hợp đối tượng lớn hơn chứa tập hợp ban đầu, bằng cách nêu bật một số trong các đặc điểm chung của các phần tử của tập hợp xuất phát*” [3; tr 31]. “*Trừu tượng hóa là tách những đặc điểm bản chất khỏi những đặc điểm không bản chất*” [4; tr 31]. Tuy nhiên, sự phân biệt bản chất với không bản chất chỉ mang ý nghĩa tương đối, phụ thuộc vào mục đích hành động.

Trừu tượng hóa và khái quát hóa có mối liên hệ chặt chẽ với nhau. Nhờ trừu tượng hóa, ta có thể khái quát hóa rộng hơn và nhận thức sự vật sâu hơn. Chẳng hạn: GV có thể rèn luyện khái quát hóa cho HS theo các bước sau: - Bước 1: Xác định vấn đề cần khái quát; - Bước 2: Xác định đặc điểm của các đối tượng trong bài toán đã cho; - Bước 3: Đưa đối tượng vào một lớp đối tượng theo thuộc tính, quan hệ đã xác định. Phát biểu bài toán tổng quát.

Ví dụ 3: Cho ΔABC , h_a, h_b, h_c lần lượt là đường cao xuất phát từ các đỉnh A, B, C và r là bán kính đường tròn nội tiếp tam giác. Chứng minh: $\frac{1}{h_a} + \frac{1}{h_b} + \frac{1}{h_c} = \frac{1}{r}$. Sau đó phát biểu bài toán tổng quát?

Hướng dẫn: Bài toán sẽ trở nên đơn giản khi sử dụng phương pháp diện tích để giải. Sau đó, chúng ta thực hiện khái quát hóa bài toán với các bước đề xuất ở trên:

Bước 1: Xác định vấn đề cần giải quyết: Tìm bài toán tổng quát của bài toán đã cho.

Bước 2: Lựa chọn, xác định những thuộc tính, quan hệ của đối tượng gắn với bản chất vấn đề cần giải quyết.

Để nhận thấy, r là khoảng cách từ tâm đường tròn nội tiếp tam giác đến các cạnh, bài toán đã cho tương đương

với việc chứng minh: $\frac{r}{h_a} + \frac{r}{h_b} + \frac{r}{h_c} = 1$. Như vậy, nếu thay

tâm O bởi một điểm bất kỳ trong tam giác, khoảng cách r được thay thế bởi các khoảng cách từ điểm đã cho đến các

cạnh tam giác. Từ đó, người học có thể dự đoán được bài toán tổng quát.

Bước 3: Đưa đối tượng vào một lớp đối tượng theo thuộc tính, quan hệ đã xác định. Phát biểu bài toán tổng quát.

Bài toán tổng quát: Cho ΔABC , h_a, h_b, h_c lần lượt là đường cao xuất phát từ các đỉnh A, B, C và O là một điểm bất kỳ trong tam giác, gọi x, y, z lần lượt là khoảng cách từ O đến các cạnh BC, CA, AB của ΔABC . Chứng minh:

$$\frac{x}{h_a} + \frac{y}{h_b} + \frac{z}{h_c} = 1.$$

Để giải bài toán tổng quát có thể dựa vào phương pháp diện tích như cách giải của bài toán ban đầu.

Qua bài tập này, HS biết khái quát hóa từ những trường hợp cụ thể, sau khi đã có kết quả khái quát, các em có thể tiếp tục khắc sâu kiến thức bằng cách vận dụng vào những bài toán khác. Tổ chức giáo dục quốc tế Cenge của Mỹ cho rằng: *Nếu dạy cho học trò những điều mà bạn biết thì sự hiểu biết của học trò chỉ nằm trong giới hạn hiểu biết của bạn. Còn nếu dạy cho học trò cách nghĩ thì sự hiểu biết là không có giới hạn* [5].

3. Kết Luận

Rèn luyện các thao tác tư duy là hoạt động cơ bản trong dạy học Toán. GV cần thường xuyên rèn luyện các thao tác này trong dạy học môn Toán nói chung, dạy học giải toán ở lớp 9 nói riêng nhằm tăng cường kĩ năng giải toán cho HS, góp phần nâng cao chất lượng dạy học Toán ở trung học cơ sở. □

Tài liệu tham khảo

- [1] Hoàng Phê (1998). *Từ điển Tiếng Việt*. NXB Khoa học xã hội.
- [2] G.Polya (1997). *Toán học và những suy luận có lí*. NXB Giáo dục.
- [3] Nguyễn Bá Kim (2009). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.
- [4] Nguyễn Thái Hòa (1996). *Các phương pháp giải toán*. NXB Giáo dục.
- [5] Vũ Quốc Chung (lược dịch) (2016). *Báo cáo của Tổ chức giáo dục quốc tế Cenge của Mỹ tại quốc tế về Giáo dục Toán học lần thứ 13, tổ chức từ 24-31/7/2016 tại Hamburg, Cộng Hòa Liên Bang Đức*.
- [6] Phan Đức Chính - Tôn Thân - Vũ Hữu Bình - Trần Phương Dung - Ngô Hữu Dũng - Lê Văn Hồng - Nguyễn Hữu Thảo (2005). *Toán 9* (tập 1, 2). NXB Giáo dục.
- [7] Hoàng Chúng (2000). *Phương pháp dạy học Hình học ở trường trung học cơ sở*. NXB Giáo dục.
- [8] Nguyễn Cảnh Toàn (1997). *Phương pháp luận duy vật biện chứng với việc dạy, nghiên cứu toán học* (tập 1). NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.