

# KHẢ NĂNG GIAO TIẾP CỦA HỌC SINH KHI LÀM VIỆC TRÊN CÁC BIỂU DIỄN TOÁN ĐỘNG

NGUYỄN ĐĂNG MINH PHÚC\* - LÊ THỊ KHÁNH DUYÊN\*\*

Ngày nhận bài: 15/09/2017; ngày sửa chữa: 14/10/2017; ngày duyệt đăng: 17/10/2017.

**Abstract:** *Dynamic mathematics representations are effective in supporting students to conduct mathematical investigations, suggest hypotheses, experiment, and finding solutions to the problems. Communication related to activities taking place during mathematics lessons with dynamic mathematics representations shows significant differences compared to traditional classroom communication. This paper showed that dynamic mathematics representations promoted the mathematical communication between students and students, students and teachers and especially students and dynamic mathematics representations.*

**Keywords:** *Communicative ability, dynamic mathematics representations.*

## 1. Mở đầu

Các nhà giáo dục toán đồng ý rằng giao tiếp là một thành phần cốt yếu và cần thiết trong việc học, làm và hiểu toán (Cai & cộng sự, 2010). McKenzie (2001) cho rằng, kĩ năng giao tiếp toán học (GTTH) giúp học sinh (HS) tự tin làm việc với người khác và giải thích hiểu biết toán học của bản thân. Kĩ năng GTTH rất cần thiết để phát triển. Điều này là do thông qua GTTH, HS có thể tổ chức tư duy toán học cả bằng lời và bằng văn bản. Thông qua thảo luận tích cực với giáo viên (GV) và các HS khác, HS hiểu biết hơn các khái niệm của toán học và giải quyết vấn đề tốt hơn (Brenner, 1998). Kĩ năng giao tiếp đồng thời cũng là khả năng của HS để diễn giải ý tưởng, mô tả và thảo luận các khái niệm toán học một cách chặt chẽ và rõ ràng. Đó cũng là khả năng của HS để giải thích và điều chỉnh các hành động cả về nói và viết (Cai & cộng sự, 2010; Lomibao & cộng sự, 2016). Theo quan điểm kiến tạo xã hội của Vygotsky, cá nhân người học và xã hội có mối quan hệ nội tại với nhau. Kiến thức của người học được hình thành thông qua sự tương tác với nhau cũng như qua các quá trình mang tính cá nhân của mình. Như vậy, không có một mô hình về kiến thức mà cô lập với xã hội, thay vào đó mô hình này cần có sự giao tiếp giữa con người với con người.

Kể từ đầu những năm 1980, các nhà nghiên cứu đã quan tâm nhiều đến việc sử dụng công nghệ như một công cụ học tập. Một trong các vai trò của công nghệ thông tin là đảm bảo môi trường dạy học tương tác hiệu quả, được tạo ra thông qua việc xem người học là trung tâm. Những biểu diễn toán động (BDTĐ) thiết kế trên các phần mềm hình học động như The Geometer's Sketchpad (GSP) hay Cabri giúp HS tự khám phá kiến thức qua việc thao tác trên mô hình. HS có nhiều cơ hội để thực nghiệm, kiểm nghiệm kiến

thức, đặt vấn đề, thảo luận vấn đề, trình bày hiểu biết của mình. Với sự hỗ trợ của máy tính cùng các phần mềm hình học động, có thể thiết kế được các biểu diễn loại này để hỗ trợ HS khám phá tri thức toán (Nguyễn Đăng Minh Phúc, 2011); sử dụng các nhiệm vụ toán kết thúc mở (Cai và cộng sự, 2010). Việc sử dụng các BDTĐ cần tạo cho HS có sự chủ động lựa chọn và thực hiện các thao tác động trên biểu diễn. Hơn nữa, trong những điều kiện cho phép, GV có thể cho HS tự thiết kế biểu diễn trực quan, thêm bớt các đối tượng và dùng nó để khảo sát, khám phá kiến thức cũng như giải quyết vấn đề.

Giao tiếp trong toán học tác động rất lớn quá trình học toán của HS. Những giao tiếp liên quan đến các hoạt động diễn ra trong giờ học toán với BDTĐ cho thấy những sự khác biệt so với giao tiếp trong lớp học truyền thống. Có thể thấy, các BDTĐ trong môi trường dạy học toán điện tử là rất hấp dẫn, lôi cuốn HS tham gia và được áp dụng vào việc giảng dạy ngày càng phổ biến. Trong bài viết này, chúng tôi tập trung trả lời hai câu hỏi nghiên cứu sau: - GTTH khi HS khảo sát trên các BDTĐ có gì khác so với việc khảo sát toán truyền thống? - Khả năng GTTH của HS thay đổi như thế nào khi làm việc trên các BDTĐ?

## 2. Nội dung nghiên cứu

### 2.1. Giao tiếp toán học

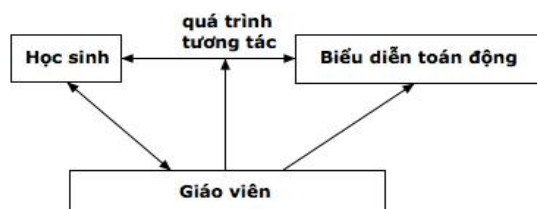
Theo Emori (2008), GTTH trong các lớp học toán là quá trình tích hợp các phương tiện biểu đạt của hoạt động giao tiếp thông thường như nghe, nói, đọc, viết vào những phương thức hoạt động toán học bao gồm: giải quyết vấn đề, lập luận, chứng minh và biểu diễn. GTTH là quá trình tương tác diễn ra trong các lớp học toán mà ở đó HS trao đổi, thảo luận và tranh

\* Trường Đại học Sư phạm - Đại học Huế

\*\* TP. Huế

luận với bạn học hoặc với GV về các ý tưởng toán học nhằm chia sẻ hiểu biết. Với quan điểm này thì GTTH của HS là hoạt động giao tiếp đặc thù diễn ra trong quá trình học toán, biểu hiện sự kết nối giữa các hình thức giao tiếp với phương tiện biểu đạt mà HS thể hiện và phương thức giao tiếp trong quá trình khám phá toán của HS. Theo Lomibao và cộng sự (2016), tạo điều kiện cho HS giao tiếp bằng miệng và bằng văn bản trong lớp học toán giúp làm sâu sắc hơn sự hiểu biết về mặt khái niệm của các em, cải thiện những thể hiện toán học và giảm sự lo lắng khi học toán.

Holm (2014) cho rằng khi HS cố gắng giải quyết các vấn đề lớn hơn theo từng cặp hoặc trong những nhóm nhỏ, học có thể đạt đến những GTTH cao hơn. Trong bài báo này, chúng tôi chọn quan điểm GTTH bao gồm ba khía cạnh là thảo luận, giải thích và biểu diễn, thể hiện trong các mối quan hệ giữa HS - HS, HS - GV, HS - BDTĐ được thể hiện trong mô hình ở hình 1.



Hình 1. Giao tiếp toán học & BDTĐ

Nhiều nhà giáo dục toán cho rằng để HS phát triển kĩ năng giao tiếp tốt hơn, nên thực hiện các chiến lược sau:

- **Hoạt động nhóm:** Khi làm việc nhóm, HS có thể mô tả, phản ánh và hỗ trợ nhau giải quyết vấn đề một cách hiệu quả (McKenzie, 2001; Madihah, 2008; Holm, 2014). Với các nhóm nhỏ, HS bày tỏ ý kiến nhiều hơn, điều này cung cấp một cơ hội tốt để phát triển kĩ năng GTTH (Wichelt, 2009).

- **Câu hỏi kết thúc mở:** Những câu hỏi kết thúc mở sẽ thúc đẩy GTTH vì HS sẽ đưa ra nhiều giải pháp để thảo luận, HS cảm thấy thoải mái hơn khi giao tiếp với các câu hỏi kết thúc mở (Madihah, 2008; Cai & cộng sự, 2010). HS có cơ hội để giao tiếp những lời giải của mình với các bạn trong lớp. Có nhiều lời giải khác nhau, HS phải giải thích lời giải của mình để thuyết phục bạn.

- **Vấn đề gắn liền với thực tế:** Giao tiếp trong dạy học phải phản ánh thông tin trong thế giới thực (Madihah, 2008), nhấn mạnh về biểu diễn thế giới thực trong chương trình học. Vấn đề đặt ra càng gần với thế giới thực càng tốt, qua đó HS có cơ hội dựa vào hiểu biết và kinh nghiệm của bản thân để nâng cao khả năng giao tiếp. Dạy học dựa trên vấn đề (Kuntari

- Rosnawati, 2015) cũng giúp cho việc nâng cao kĩ năng giao tiếp và giải quyết vấn đề.

- **Sử dụng công nghệ thông tin:** Brenner (1998) và các tác giả khác (Finzer - Jackiw, 1998; Nguyễn Đăng Minh Phúc, 2011) đã ghi nhận rằng làm việc với máy tính có xu hướng tăng về số lượng cũng như chất lượng của các cuộc thảo luận. Thông qua việc tương tác với máy tính, mà cụ thể là các BDTĐ, HS có thể theo dõi các thao tác và kết quả tiếp theo trên máy tính, từ đó tham gia tích cực trong việc xây dựng kiến thức của mình, thực hiện các hoạt động kết nối, thu thập và lựa chọn thông tin, tạo ra và thử nghiệm các giả thuyết, kết luận.

- **Không khí lớp học cởi mở và thân thiện:** Để có lớp học hiệu quả, lớp học phải là nơi cởi mở và thân thiện, vì HS bị căng thẳng sẽ không có thời gian để suy nghĩ. Một số nghiên cứu (McKenzie, 2001; Holm, 2014; Kuntari - Rosnawati, 2015) đã nhấn mạnh tầm quan trọng của việc tạo văn hóa lớp học cởi mở để HS bày tỏ quan điểm và cảm thấy bản thân là một phần của lớp học. GV được khuyến khích cung cấp cơ hội cho HS thảo luận và lắng nghe HS.

## 2.2. Biểu diễn toán động và vai trò thúc đẩy giao tiếp toán học

HS nên được khuyến khích sử dụng các loại biểu diễn khác nhau (như hình vẽ, đồ thị, biểu thức toán, chữ viết) để thông tin với nhau về tư duy của các em (Cai & cộng sự, 2010). Trong khi đó giao tiếp đóng một vai trò quan trọng như là một biểu diễn toán cho hiểu biết toán học của HS (Kuntari - Rosnawati, 2015). Các kiểu biểu diễn toán học theo Tadao Nakahara (2007) có thể được tổ chức thành năm dạng, đó là biểu diễn kí hiệu, biểu tượng, ngôn ngữ, vật liệu thao tác được và biểu diễn thực tế.

Một lĩnh vực của giáo dục toán là nghiên cứu vai trò của việc sử dụng công nghệ cho toán học. Chúng ta tin rằng công nghệ có thể hỗ trợ tốt nhất cho việc học toán thông qua thực nghiệm bằng các thao tác động, trong đó người học khám phá, thực nghiệm và hình thành kiến thức toán học một cách tương tác. Các môi trường thao tác động được đặc trưng bởi ba tính chất: (1) Thao tác là trực tiếp; (2) Sự chuyển động là liên tục và (3) Môi trường thuận lợi cho các thao tác (Finzer - Jackiw, 1998). Các BDTĐ khi HS thao tác có thể tạo nên những ứng xử riêng biệt tùy theo từng đối tượng toán học mà các em thao tác. Chúng có thể tạo nên những hiện tượng biến thiên, bất biến, thể hiện ra các dạng cấu trúc toán học đặc biệt, từ đó khai mở cho các cuộc GTTH giữa HS.

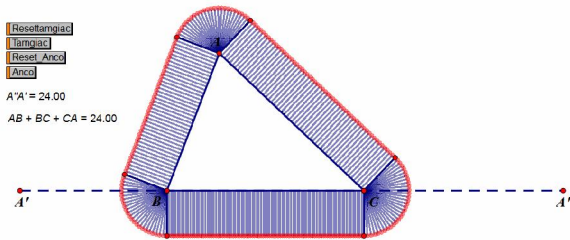
## 2.3. Thiết kế nghiên cứu

Nghiên cứu này phân tích khả năng giao tiếp của

HS khi làm việc trên các BDTĐ. Đối tượng tham gia thực nghiệm của chúng tôi là 12 em HS lớp 10, Trường THPT Phan Đăng Lưu, TP. Huế. Công cụ nghiên cứu bao gồm các BDTĐ được thiết kế trên phần mềm GSP, phiếu học tập và phiếu thăm dò ý kiến HS. Trong phạm vi bài viết này chúng tôi chỉ giới thiệu một phiếu học tập chứa BDTĐ thể hiện cho vấn đề “Hươu ăn cỏ”.

### 2.3.1. Phiếu học tập

Nhân viên trong sở thú cần làm chuồng để nhốt một con hươu cao cổ từ đoạn hàng rào dài 24m (sử dụng hết đoạn hàng rào). Hươu có thể vươn cổ ra ăn cỏ ngoài hàng rào ở khoảng cách tối đa là 2m (xem mô hình).



Hình 2. Hươu cao cổ ăn cỏ

**Nhiệm vụ 1:** Xác định diện tích phần cỏ lớn nhất ngoài hàng rào mà hươu có thể ăn được nếu chuồng có dạng hình tam giác đều (lấy  $\pi = 3,14$ ). **Khảo sát tự do:** Nhấn nút **Ancol** và quan sát phần ăn cỏ hươu có thể ăn.

**Nhiệm vụ 2:** Xác định diện tích phần cỏ lớn nhất ngoài hàng rào mà hươu có thể ăn được sẽ thay đổi như thế nào nếu chuồng có dạng tam giác bất kì. **Khảo sát tự do:** + Nhấn nút **Tamgiac** để xây dựng tam giác bất kì có chu vi 24m; + Nhấn nút **Ancol** và quan sát phần ăn cỏ hươu có thể ăn; + Di chuyển các điểm  $B, C$  để thay đổi  $\triangle ABC$  và quan sát các diện tích của từng hình chữ nhật và hình quạt.

**Nhiệm vụ 3:** Xác định diện tích phần cỏ lớn nhất ngoài hàng rào mà hươu có thể ăn được sẽ thay đổi như thế nào nếu chuồng có dạng tứ giác.

### 2.3.2. Thu thập dữ liệu và phân tích dữ liệu

Chúng tôi đã thiết kế thành phiếu học tập cho HS, sử dụng BDTĐ được giới thiệu ở trên. Các dữ liệu thu được bao gồm: phiếu học tập của các nhóm HS, phiếu điều tra khảo sát, dữ liệu ghi âm các trao đổi của HS. Để phân tích dữ liệu, chúng tôi sử dụng tiếp cận HS học toán với các BDTĐ dưới sự hỗ trợ của GV trong hình 1.

## 2.4. Kết quả phân tích dữ liệu

### 2.4.1. Nhiệm vụ 1

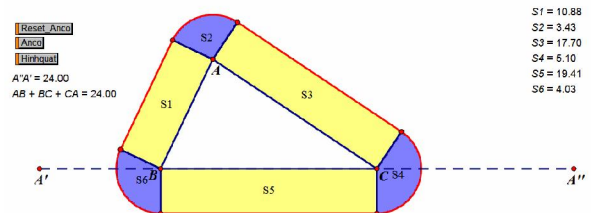
Trước khi xem BDTĐ phần ăn cỏ của con hươu, chỉ có nhóm 1 xác định được phần ăn cỏ gồm ba hình chữ nhật và ba hình quạt tròn, ba nhóm còn lại đều chưa xác định ngay được. Sau khi được xem

BDTĐ xác định phần ăn cỏ bằng cách nhấn nút **Ancol** các em mới hiểu và bắt đầu suy nghĩ để tính diện tích của phần ăn cỏ này.

Cả bốn nhóm đều hoạt động sôi nổi, khi được hỏi thì các em cho rằng nhiệm vụ này liên quan đến vấn đề thực tế là “xây chuồng cho hươu cao cổ” khá thú vị, hơn nữa nhiệm vụ này có độ khó vừa phải, do đó các em tích cực thể hiện các kĩ năng GTTH. Trong nhiệm vụ này, hầu như các nhóm chỉ giao tiếp với GV lúc GV hướng dẫn sử dụng BDTĐ, sau đó các em làm việc độc lập trong nhóm. Với BDTĐ của nhiệm vụ này, HS chỉ nhấn nút để quan sát, không phải thao tác trực tiếp với các đối tượng trên BDTĐ, tuy nhiên, điều này lại khiến HS cảm thấy hứng thú - một yếu tố rất quan trọng trong học toán, dẫn đến các em muốn giao tiếp hơn về nhiệm vụ này.

### 2.4.2. Nhiệm vụ 2

Từ nhiệm vụ tính diện tích với kích thước cho sẵn, chuyển sang diện tích với tam giác bất kì, HS đưa ra khá nhiều giả thuyết: không thể xác định được cụ thể nhưng diện tích phải thay đổi, không biết là diện tích tăng hay giảm, đề hỏi như thế này có lẽ là diện tích không thay đổi. HS làm việc với BDTĐ tam giác bất kì có chu vi 24m và phần ăn cỏ lớn nhất mà hươu cao cổ ăn được, BDTĐ diện tích phần ăn cỏ trường hợp tam giác bất kì.



Hình 3. Diện tích phần ăn cỏ trường hợp tam giác bất kì

Đoạn trích sau là cuộc hội thoại giữa ba HS trong nhóm 1 khi các em thực hiện nhiệm vụ 2:

**HS1:** [Kéo rê điểm  $B$ ] Cứ diện tích này tăng, diện tích kia giảm. Không biết tổng cộng lại như thế nào?

**HS2:** Tính thử thôi [dùng máy tính bỏ túi]... Ô! được 60,56. Thử tiếp cái khác [kéo rê điểm  $B$  sang vị trí khác] vẫn là 60,56. Như vậy có lẽ diện tích không thay đổi.

**GV:** Đó mới chỉ là hai trường hợp bất kì, để tính được tất cả các trường hợp, các em chọn mục **Number/Calculate...** rồi lần lượt chọn và cộng các diện tích  $S1$  đến  $S6$ . Hãy thử kéo rê điểm  $B$ .

**HS3:** Tổng diện tích luôn là 60,56. Trả lời không thay đổi là đúng rồi.

**HS1:** Diện tích ba hình chữ nhật không thay đổi thì được rồi, vì chu vi tam giác luôn là 24m.



tương tác với BDTĐ và trao đổi với nhau về các thông tin và kết quả trên mô hình, không bị bó buộc vào việc hoàn thành bài làm trên giấy. Tính năng cơ bản của GSP là thao tác trực tiếp và các chuyển động là liên tục, nhờ đó HS thao tác nhanh chóng và quan sát BDTĐ để đưa ra những nhận xét cần thiết hoặc giải thích những kết quả.

#### 2.5.2. Kết quả cho câu hỏi thứ hai

Với những biểu diễn khác nhau được thể hiện ở BDTĐ, HS tiếp cận bản chất của vấn đề. Trong quá trình thực nghiệm, HS cảm thấy rất hào hứng và thích thú tham gia tương tác với BDTĐ; những biểu diễn và kết quả trên BDTĐ giúp HS tự tin đưa ra ý kiến của mình, do đó các em tích cực GTTH hơn.

Không chỉ tác động trực tiếp, các BDTĐ còn tác động gián tiếp tới HS thông qua GV. Trong quá trình giao tiếp của HS, GV là người khơi gợi, khuyến khích, dẫn dắt và thúc đẩy HS giao tiếp. Với những BDTĐ thiết kế sẵn, GV có cơ hội quan sát quá trình tương tác của HS với máy tính và chủ động giao tiếp với HS tùy theo tình hình làm việc cũng như mức độ hiểu biết của các em.

Việc sử dụng BDTĐ giúp HS có sự thay đổi lớn trong phong cách học toán từ thói quen im lặng, ngại nói, ngại phát biểu, thiếu kĩ năng GTTH khi trao đổi các ý tưởng toán học với bạn bè sang việc thoải mái và tự tin về khả năng GTTH của mình. Đây được xem là yếu tố cơ bản để đổi mới việc học toán của HS từ chỗ thụ động tiếp nhận sang tích cực và chủ động khám phá kiến thức toán thông qua nỗ lực trao đổi và chia sẻ các ý tưởng toán học của mình với bạn học.

### 3. Kết luận

Dựa trên các chiến lược hỗ trợ GTTH trong các tài liệu liên quan đến đề tài, trong bài báo này, chúng tôi đã thể hiện một BDTĐ tích hợp vào phiếu học tập nhằm hỗ trợ cho HS khảo sát để khám phá, qua đó thúc đẩy việc tiến hành GTTH giữa HS - HS, HS - GV và đặc biệt là HS - BDTĐ.

BDTĐ này có ảnh hưởng tích cực vào việc phát triển kĩ năng GTTH cho HS trong nhóm thực nghiệm: HS cảm thấy rất hào hứng và thích thú tham gia tương tác với BDTĐ; những biểu diễn và kết quả trên BDTĐ giúp HS tự tin đưa ra ý kiến của mình, do đó các em tích cực GTTH hơn. Khi sử dụng BDTĐ tích hợp trong các mô hình GSP, GV có cơ hội quan sát quá trình tương tác của HS với BDTĐ và chủ động giao tiếp với HS tùy theo tình hình làm việc cũng như mức độ hiểu biết của các em. □

### Tài liệu tham khảo

- [1] McKenzie, F. (2001). *Developing children's communication skills to aid mathematical understanding*. ACE papers, Issue 11, New Zealand.
- [2] Nakahara T. (2007). *Development of Mathematical Thinking through Representation: Utilizing Representational Systems*. University of Tsukuba, Japan.
- [3] Nguyễn Đăng Minh Phúc (2011). *Design dynamic mathematics models in E-textbooks to improve students' abductive inferences*. Proceedings of APEC-Ubon Ratchathani International Symposium 2011, Innovation on Problem Solving-Based Mathematics Textbooks and E-textbooks, Ubon Ratchathani University, Thailand, pp. 117-125.
- [4] Finzer W. - Jackiw N. (1998). *Dynamic manipulation of Mathematics objects*. Key Curriculum Press, USA.
- [5] Lomibao L. S. et al (2016). *The Influence of Mathematical Communication on Students' Mathematics Performance and Anxiety*. American Journal of Education Research, Vol. 4, No. 5, pp. 378-382.
- [6] Brenner, M.E. (1998). *Development of mathematical communication in problem solving groups by language minority students*. Bilingual Research Journal, 22(2,3&4), pp. 214-244.
- [7] Emori, H. (2008). *We shall overcome dysfunctional beliefs for introducing communication study*. Proceedings of APEC - Khon Kaen International Symposium "Innovative Teaching Mathematics through Lesson Study III - Focusing on Mathematical Communication", pp.70-91.
- [8] Cai J. et al. (2010). *Assessing Students' Mathematical Communication*, School Science and Mathematics, 96, pp. 238-246.
- [9] Holm, A. (2014). *Mathematics Communication within the Frame of Supplemental Instruction: Identifying Learning Conditions*. Licentiate dissertation, Lund University, Sweden.
- [10] Madihah, K. (2008). *Investigating communication in Primary Three Bruneian classroom*. Proceedings of APEC - Khon Kaen International Symposium "Innovative Teaching Mathematics through Lesson Study III - Focusing on Mathematical Communication", pp. 52-63.
- [11] Kuntari A. T. - Rosnawati R. (2015). *The effect of problem based learning model to mathematical communication skills and problem solving 7<sup>th</sup> grade students of Junior highschool in Mergansang district of Yogyakarta*. Mathematics education study program, Yogyakarta State University.
- [12] Wichelt, L. (2009). *Communication: A vital skill of mathematics*. Action Research Projects, University of Nebraska - Lincoln.