

PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CHO HỌC SINH TRUNG HỌC CƠ SỞ TRONG DẠY HỌC GIẢI TOÁN BẰNG CÁCH LẬP PHƯƠNG TRÌNH

Phạm Thị Diệu Thùy - Dương Thị Hà
Trường Đại học Sư phạm Hà Nội 2

Ngày nhận bài: 27/10/2017; ngày sửa chữa: 10/11/2017; ngày duyệt đăng: 30/11/2017.

Abstract: In the general education curriculum of Vietnam in 2017, five specific capabilities of mathematics, including mathematical modeling competence, have been identified. The trend of education reform is appropriate with international education in current period. However, the key weakness of Vietnamese students is the unsuccessful adaptation of literary problems in the context of reality to the scientific language to address problems, while the students deal very well with problems has been partially adapted according to the suggestions. The paper discusses the development of modeling competency for students in teaching math problem solving by creating equation.

Keywords: Modeling, teaching, mathematics, equation.

1. Mở đầu

Nghị quyết số 29-NQ/TW của Ban Chấp hành Trung ương đã đánh dấu một bước quan trọng trong quá trình đổi mới căn bản và toàn diện giáo dục Việt Nam. Nội dung trọng tâm được thể hiện trong nghị quyết này là “*chuyển nền giáo dục nặng về truyền thụ kiến thức sang nền giáo dục phát triển toàn diện cả về phẩm chất và năng lực (NL)*” [1]. Tất cả các môn học trong nhà trường đều có vai trò nhất định trong việc hình thành và phát triển NL đặc thù, riêng đối với môn *Toán* có thể phát triển được các NL như: *tư duy và lập luận toán học; mô hình hóa toán học (MHHTH); giải quyết vấn đề toán học; giao tiếp toán học; sử dụng công cụ và phương tiện toán học* [2]. Trong số những NL này, MHHTH là NL đã được nhiều quốc gia trên thế giới đề cập đến từ hai thập niên trước (như: Mỹ, Đức, Pháp, Anh, Trung Quốc, Nga,...) và là NL quan trọng của HS phổ thông. Bài viết đề cập vấn đề phát triển NL MHHTH cho HS trung học cơ sở trong dạy học giải toán bằng cách lập phương trình.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Quan niệm về mô hình hóa (MHH). Từ những năm 70 của thế kỉ trước đã xuất hiện ý tưởng về việc sử dụng phương pháp MHHTH. MHHTH là quá trình tạo ra các mô hình để giải quyết vấn đề toán học. Mô hình toán học được xây dựng bằng cách phiên dịch các vấn đề từ thực tiễn thông qua phương tiện ngôn ngữ viết sang ngôn ngữ biểu tượng, kí hiệu; nói cách khác, MHH là loại đi các tính chất không bản chất của vấn đề và được trình bày dưới dạng ngôn ngữ toán học.

Phương pháp MHH được sử dụng trong nhiều ngành khoa học. Г.И.Саранцев đã nhấn mạnh rằng, một trong những thành phần của giáo dục toán học đó là hình dung mới về đối tượng toán học; mục đích cơ bản của giáo dục toán học là hình thành kĩ năng xây dựng mô hình toán học của các hiện tượng thực tế đơn giản, nghiên cứu hiện tượng theo mô hình đã đưa ra, giúp học sinh (HS) làm quen với hoạt động sáng tạo.

MHH là một trong những phương pháp quan trọng để tích cực hóa hoạt động nhận thức của người học. Về phương pháp luận của việc sử dụng phương pháp MHH trong quá trình dạy học được xem xét bởi nhiều tác giả: И.Г.Кодряну, Г.И.Рузавина, В.А.Штоффа, Н.М.Амосова, Э.Ю.Верник, Н.Г.Салминой. Về quy trình MHHTH được Swetz - Hartzler mô tả gồm 04 giai đoạn: - *Giai đoạn thứ nhất* là quan sát hiện tượng, phân tích tình huống và nhận ra các yếu tố quan trọng (như: biến số, tham số) có tác động đến vấn đề; - *Giai đoạn thứ hai* là lập giả thuyết về mối quan hệ giữa các yếu tố dưới góc nhìn của toán học. Từ đó, phác họa mô hình toán học tương ứng; - *Giai đoạn thứ ba* là áp dụng các phương pháp, công cụ toán học phù hợp để MHH vấn đề và phân tích mô hình; - *Giai đoạn thứ tư* là thông báo kết quả, đối chiếu mô hình với thực tiễn và kết luận. Quá trình giải quyết vấn đề và MHH có những đặc điểm tương tự nhau, rèn luyện cho HS các kĩ năng toán học cần thiết. Do đó, chúng hỗ trợ và bổ sung cho nhau. MHH có thể coi là một quy trình khép kín, nảy sinh từ các tình huống thực tiễn và kết quả của nó được dùng để giải thích và cải thiện vấn đề thực tiễn.

2.2. Mối quan hệ giữa giải toán bằng cách lập phương trình và MHHTH. MHHTH là một trong những NL đặc trưng trong dạy học Toán cần phát triển cho HS phổ thông. Để phát triển NL MHHTH có nhiều cách tiếp cận. Ở đây, chúng tôi lựa chọn cách tiếp cận là giải bài toán bằng cách lập phương trình. Câu hỏi đặt ra là *tại sao giải bài toán bằng cách lập phương trình có thể phát triển được NL MHHTH ở HS?* Rõ ràng, từ một bài toán thực tiễn sẽ có nhiều cách sử dụng các ngôn ngữ và công cụ toán học để tìm ra cách giải. Tuy nhiên, các cách giải đó cần chỉ ra được các yếu tố đã biết và yếu tố cần tìm trong bài toán, mối quan hệ giữa các yếu tố đó làm căn cứ để xác định các bước giải bài toán theo một trình tự logic. Các yếu tố này tạo nên mô hình toán học của bài toán thực tiễn. Do vậy, nếu tổ chức cho HS thực hành giải các bài toán bằng cách lập phương trình sẽ từng bước phát triển cho HS NL MHHTH. Trong chương trình môn Toán ở trung học cơ sở, có thể hướng dẫn HS vận dụng các kiến thức, kỹ năng về phương trình, hệ phương trình để giải các bài toán thực tiễn có liên quan. Tùy theo mục đích và yêu cầu dạy học, giáo viên có thể phân loại hệ thống bài tập bằng các tiêu chí khác nhau để giải bằng cách lập phương trình.

2.3. Đề xuất các bước MHH trong dạy học giải Toán bằng cách lập phương trình

Bước 1: Quan sát và thu thập số liệu của các tình huống thực tiễn liên quan trực tiếp đến việc tìm giải pháp cho vấn đề. Hai nhiệm vụ quan trọng nhất trong bước 1 là *quan sát và thu thập số liệu*. Ở bước này, cần phát hiện được các yếu tố có liên quan trong tình huống thực tiễn, yếu tố nào đã xác định, yếu tố nào cần tìm và mối quan hệ giữa các yếu tố.

Bước 2: Từ các yếu tố của tình huống thực tiễn, xem xét mối quan hệ để biểu diễn tình huống thành một bài toán có liên quan đến các phương trình. Sắp xếp các mối quan hệ và kết nối chúng tạo thành một sơ đồ logic để giải bài toán theo các phương trình được thiết lập.

Bước 3: Giải bài toán đã được thiết lập bằng cách lập và giải các phương trình.

Thực hiện các bước giải phương trình đã thiết lập theo sơ đồ logic ở bước 2.

Bước 4: Đối chiếu kết quả của lời giải với mô hình thực tiễn và kết luận. Đánh giá lời giải và đối chiếu với mô hình thực tiễn của bài toán. Từ đó, đưa ra kết luận về MHHTH cho bài toán thực tiễn ban đầu.

2.4. Vận dụng các bước MHH trong dạy học giải Toán bằng cách lập phương trình nhằm phát triển NL MHHTH cho HS trung học cơ sở

Ví dụ 1: Quãng đường AB dài 270km, hai ô tô khởi hành cùng một lúc, đi từ A đến B, ô tô thứ nhất chạy

nhanh hơn ô tô thứ hai là 12km/h nên đến trước ô tô thứ hai 42 phút. Tính vận tốc mỗi xe?

Sử dụng 4 bước MHH ở trên để giải ví dụ 1 như sau:

Bước 1. Quan sát và thu thập số liệu có liên quan, điền vào bảng sau dựa trên các câu hỏi:

- Đề bài hỏi gì? Ta sẽ phải có mấy ẩn? Điều kiện của ẩn số là gì?

- Quãng đường của mỗi xe đi dài bao nhiêu km?

	Quãng đường S (km)	Vận tốc v (km/h)	Thời gian t (giờ)
Xe thứ nhất	270	x	$\frac{270}{x}$
Xe thứ hai	270	y	$\frac{270}{y}$

Bước 2. Xét các mối quan hệ để biểu diễn tình huống thành một bài toán liên quan đến phương trình.

- Khi biết quãng đường đi được và vận tốc của mỗi xe, ta tính thời gian đi của mỗi xe như thế nào?

- Sau khi đã điền đủ các ô trong bảng, còn lại dữ kiện nào trong đề bài chưa sử dụng? Hệ phương trình lập được là gì?

Ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai là 12km/h, nên: $x - y = 12$.

Ô tô thứ nhất đến trước ô tô thứ hai là 42 phút:

$$\frac{270}{y} - \frac{270}{x} = \frac{42}{60} = \frac{7}{10}$$

Từ đó, ta suy ra hệ phương trình và giải hệ tìm 2 ẩn.

Bước 3. Giải hệ phương trình đã xác lập:
 Đòi 42 phút = $\frac{7}{10}$ (h).

Gọi vận tốc của xe thứ nhất và xe thứ hai lần lượt là x và y (km/h), với x, y > 0 và x > 12. Xe thứ nhất chạy nhanh hơn xe thứ hai 12km/h, nên ta có phương trình:

$$x - y = 12.$$

Xe thứ nhất đi quãng đường 270km nên vận tốc của xe thứ nhất là $\frac{270}{x}$ (km/h). Xe thứ hai đi quãng đường 270km nên vận tốc của xe thứ hai là $\frac{270}{y}$ (km/h). Xe thứ

nhất đến trước xe thứ hai là 42 phút, nên:

$$\frac{270}{y} - \frac{270}{x} = \frac{7}{10}$$

Khi đó, ta có hệ phương trình:

$$\begin{cases} x - y = 12 \\ \frac{270}{y} - \frac{270}{x} = \frac{7}{10} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 + y \\ \frac{270}{y} - \frac{270}{x} = \frac{7}{10} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 + y \\ \frac{2700(12 + y)}{10y(12 + y)} - \frac{2700y}{10y(12 + y)} = \frac{7y(12 + y)}{10y(12 + y)} \end{cases}$$

$$\Leftrightarrow \begin{cases} x = 12 + y \\ 7y^2 + 84y - 32400 = 0 \end{cases}$$

Giải phương trình bậc 2, ẩn y thu được : $y_1 \approx 62,3$ (thỏa mãn); $y_2 \approx -74,3$ (loại).

Thay: $y_1 \approx 62,3$ vào phương trình còn lại, ta có $x \approx 12 + 62,3 \approx 74,3$ (thỏa mãn).

Vậy, vận tốc của xe thứ nhất là 74,3km/h, vận tốc của xe thứ 2 là 62,3km/h.

Bước 4. Đối chiếu kết quả với tình huống thực tiễn đã cho, ta có: *Quãng đường AB dài 270km, hai ô tô khởi hành cùng một lúc đi từ A đến B, ô tô thứ nhất chạy nhanh hơn ô tô thứ hai 12km/h nên đến trước ô tô thứ hai 42 phút. Tính vận tốc mỗi xe?*

Hiệu hai vận tốc là: $74,3 - 62,3 = 12$ (km/h).

Thời gian ô tô thứ nhất đi hết quãng đường là:
 $270 : 74,3 \approx 3,6339$ (h).

Thời gian ô tô thứ hai đi hết quãng đường là:
 $270 : 62,3 \approx 4,3338$ (h).

Hiệu thời gian của hai ô tô là:
 $(4,3338 - 3,6339) \times 60 \approx 42$ (phút).

Như vậy, kết quả của bài toán thu được hoàn toàn phù hợp với số liệu của tình huống thực tiễn.

Ví dụ 2: Một đội sản xuất phải làm 1000 sản phẩm trong một thời gian quy định. Nhờ tăng năng suất lao động, mỗi ngày đội làm thêm được 10 sản phẩm so với kế hoạch. Vì vậy, chẳng những đã làm vượt mức kế hoạch 80 sản phẩm mà còn hoàn thành công việc sớm hơn 2 ngày so với quy định. Tính số sản phẩm mà đội sản xuất phải làm trong một ngày theo kế hoạch.

Bước 1. Thu thập số liệu có liên quan, điền vào bảng sau dựa trên các câu hỏi:

- Đề bài hỏi gì, đó là hỏi về sản phẩm hay năng suất, cách nhận biết ở cụm từ nào?

- Theo quy định thì mỗi đội phải làm bao nhiêu sản phẩm, khi đó thời gian làm theo quy định được tính như thế nào?

- Theo thực tế thì sản phẩm làm được là bao nhiêu? Năng suất, thời gian làm như thế nào?

- Mọi quan hệ giữa thời gian quy định và thời gian làm thực tế cho ta phương trình gì?

Lập bảng:

	Sản phẩm	Năng suất (sản phẩm/ngày)	Thời gian (ngày)
Kế hoạch	1000	x	$\frac{1000}{x}$
Thực tế	$1000 + 80$ $= 1080$	$x + 10$	$\frac{1080}{x + 10}$

Bước 2. Xét các mối quan hệ của các số liệu có trong bảng để lập bài toán về giải phương trình như sau: *Đội sản xuất hoàn thành công việc sớm hơn 2 ngày so với quy định nên:* $\frac{1000}{x} - \frac{1080}{x + 10} = 2$.

Bước 3. Giải hệ phương trình đã xác lập. Gọi số sản phẩm mà đội sản xuất phải làm trong một ngày theo kế hoạch là x ($x > 0$, $x \in \mathbb{N}$, sản phẩm).

Thời gian làm theo kế hoạch 1000 sản phẩm là $\frac{1000}{x}$ (ngày).

Do đội làm vượt mức 80 sản phẩm nên số sản phẩm làm được trong thực tế là $1000 + 80 = 1080$ (sản phẩm).

Theo thực tế, mỗi ngày đội làm thêm được 10 sản phẩm nên năng suất thực tế là $x + 10$ (sản phẩm/ngày).

Khi đó, thời gian làm thực tế là $\frac{1080}{x + 10}$ ngày.

Đội sản xuất hoàn thành công việc sớm hơn 2 ngày so với quy định, nên ta có phương trình:

$$\frac{1000}{x} - \frac{1080}{x + 10} = 2$$

$$\Leftrightarrow 1000(x + 10) - 1080x = 2x(x + 10)$$

$$\Leftrightarrow 2x^2 + 100x - 10000 = 0$$

Giải phương trình bậc hai, ta có: $x_1 = 50$ (thỏa mãn); $x_2 = 100$ (loại).

Vậy, số sản phẩm mà đội sản xuất phải làm trong một ngày theo kế hoạch là 50.

Bước 4. Đối chiếu kết quả với tình huống.

Số ngày làm theo dự kiến là: $1000 : 50 = 20$ (ngày).

Số ngày làm theo thực tế là: $20 - 2 = 18$ (ngày).

Số sản phẩm làm theo thực tế là: $18 \times 60 = 1080$ (sản phẩm).

Hiệu số sản phẩm giữa dự kiến và thực tế là: $1080 - 1000 = 80$ (sản phẩm).

Kết quả trên phù hợp với dữ kiện của tình huống thực tiễn.

3. Kết luận

Trong dạy học Toán ở trường phổ thông, phát triển NL MHHTH sẽ giúp HS hiểu được ý nghĩa của việc học Toán, biết vận dụng toán học vào thực tiễn. Bài viết đã mô tả, phân tích MHHTH trong tình huống thực tiễn liên quan đến bài toán giải phương trình. Với cách tiếp cận đó trong dạy học những chủ đề với nội dung cụ thể trong chương trình môn Toán ở trường phổ thông sẽ từng bước góp phần thực hiện đổi mới căn bản và toàn diện giáo dục Việt Nam.

Tài liệu tham khảo

- [1] Ban Chấp hành Trung ương (2013). *Nghị quyết số 29-NQ/TW, ngày 04/11/2013 về đổi mới căn bản, toàn diện giáo dục và đào tạo, đáp ứng yêu cầu công nghiệp hóa, hiện đại hóa trong điều kiện kinh tế thị trường định hướng xã hội chủ nghĩa và hội nhập quốc tế.*
- [2] Bộ GD-ĐT (2017). *Chương trình giáo dục phổ thông (chương trình tổng thể).*
- [3] Nguyễn Danh Nam (2016). *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông.* NXB Đại học Thái Nguyên.
- [4] Nguyễn Nhứt Lang (2003). *Tuyển tập các bài toán thực tế hay và khó* (chương trình trung học cơ sở). NXB Đà Nẵng.
- [5] Bùi Huy Ngọc (2003). *Tăng cường khai thác nội dung thực tế trong dạy học số học và đại số nhằm nâng cao năng lực vận dụng toán học vào thực tiễn cho học sinh trung học cơ sở.* Luận án tiến sĩ Khoa học giáo dục, Trường Đại học Vinh.
- [6] Nguyễn Bá Kim (2009). *Phương pháp dạy học môn Toán.* NXB Đại học Sư phạm.
- [7] Nguyễn Thái Hòa (1996). *Các phương pháp giải Toán.* NXB Giáo dục.
- [8] G.Polya (1997). *Toán học và những suy luận có lí.* NXB Giáo dục.

MỘT SỐ BIỆN PHÁP RÈN LUYỆN KĨ NĂNG...

(Tiếp theo trang 43)

Rèn luyện KNDH theo hướng TCHHT không chỉ tác động tích cực đến hiệu quả học tập mà còn phát triển kĩ năng học hợp tác của SV. Kết quả thực nghiệm cho thấy, các KNDH Toán của SV ngành GDTH có những tiến bộ đáng kể ở kết quả học tập và kĩ năng, đặc biệt là những kĩ năng tương đối phức tạp. Những phân tích cả về mặt định tính và định lượng đã khẳng định tính hiệu quả của các biện pháp tác động.

3. Kết luận

Từ việc khảo sát thực trạng rèn luyện KNDH Toán cho SV ngành GDTH, theo TCHHT ở Trường Đại học Tân Trào, chúng tôi đã đề xuất một số biện pháp rèn luyện KNDH Toán cho SV ngành GDTH theo TCHHT nhằm khắc phục những hạn chế của thực trạng và đáp ứng mục tiêu đề ra. Kết quả thực nghiệm sư phạm thu được bước đầu cho thấy, các biện pháp rèn luyện KNDH cho SV ngành GDTH theo hướng TCHHT đã đề xuất ở Trường Đại học Tân Trào không chỉ giúp SV hiểu và lĩnh hội kiến thức một cách vững chắc, sáng tạo (thông qua điểm số các bài kiểm tra) mà còn hình thành cho các em hành vi, thái độ, tinh thần hợp tác tích cực trong học tập cũng như rèn luyện, phát triển kĩ năng học hợp tác; là một hướng đúng đắn trong dạy học nhằm thực hiện mục tiêu giáo dục ở các trường đại học trong giai đoạn hiện nay.

Tài liệu tham khảo

- [1] Đặng Thành Hưng (2013). *Kĩ năng dạy học và tiêu chí đánh giá.* Tạp chí Khoa học giáo dục, số 88, tr 5-9.
- [2] Hoàng Anh (chủ biên, 2007). *Hoạt động giao tiếp nhân cách.* NXB Đại học Sư phạm.
- [2] Trần Bá Hoành (2006). *Vấn đề giáo viên những nghiên cứu lí luận và thực tiễn.* NXB Đại học Sư phạm.
- [4] Đặng Thành Hưng (2002). *Dạy học hiện đại.* NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.
- [5] G.Polya (1997). *Toán học và những suy luận có lí.* NXB Giáo dục.
- [6] Nguyễn Bá Kim (2009). *Phương pháp dạy học môn Toán.* NXB Đại học Sư phạm.
- [7] Trần Ngọc Lan (chủ biên, 2007). *Rèn luyện tư duy cho học sinh trong dạy học Toán bậc tiểu học.* NXB Trẻ.