

## TÌM HIỂU NHẬN THỨC CỦA SINH VIÊN SƯ PHẠM TOÁN TRƯỜNG ĐẠI HỌC SƯ PHẠM - ĐẠI HỌC HUẾ VỀ KHÁI NIỆM HỆ SỐ GÓC

Nguyễn Thị Duyên - Phạm Thị Tiên, Trường Đại học Sư phạm - Đại học Huế  
Nguyễn Thị Hương Lan - Trường Đại học Tân Trào

Ngày nhận bài: 05/02/2018; ngày sửa chữa: 20/02/2018; ngày duyệt đăng: 30/03/2018.

**Abstract:** Slope is an important concept emphasized in the high school mathematics curriculum. The diversity of slope conceptualizations and representations requires teachers to have a deep understanding of this concept to help students connect their slope conceptualizations to mathematics tasks assigned. Therefore, investigating prospective teachers' conceptualizations of slope in order to prepare them to teach this concept effectively in the future is necessary. This study focused on exploring mathematics prospective teachers' conceptualizations on slope concept and their response to mathematics tasks involving in this concept.

**Keywords:** Corners, slope, perceptions, mathematics pedagogical students.

### 1. Mở đầu

Hệ số góc (HSG) là một khái niệm toán học được ứng dụng khá phổ biến ở nhiều lĩnh vực. Do đó, nhiều nhà giáo dục trong và ngoài nước đã tiến hành các nghiên cứu về việc dạy học cũng như nhận thức của giáo viên và học sinh (HS) về khái niệm này [1], [2]. Trong chương trình toán ở phổ thông đã giới thiệu khái niệm HSG dưới nhiều bối cảnh và biểu diễn khác nhau. HSG có khi xuất hiện trong các vấn đề toán học, các bài toán vật lí và thực tiễn cuộc sống. HSG cũng có khi được hiểu là một tỉ số hình học, khi được nhắc đến như một giá trị lượng giác, chỉ tan của góc nghiêng hợp giữa trục hoành và đường thẳng. HSG cũng có khi được hiểu là HSG của tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm, là đạo hàm của hàm số tại điểm đó,... Sự đa dạng trong cách biểu diễn của khái niệm HSG và cách hiểu khái niệm này dẫn đến việc vận dụng khái niệm HSG vào nhiều tình huống toán học và thực tiễn của người học gặp khó khăn [3]. Nhiều nghiên cứu liên quan đến quá trình dạy học HSG đã chỉ ra rằng, việc hiểu khái niệm này là một khó khăn đối với HS [4], [5]. Nhiều HS chưa biết cách chuyển đổi giữa các định nghĩa khác nhau của khái niệm HSG, không liên hệ được giữa khái niệm HSG với tốc độ biến thiên của các đại lượng. Do đó, việc tìm hiểu nhận thức của sinh viên Sư phạm Toán (SVSPT) về khái niệm HSG để có những bổ sung cần thiết trong dạy học các học phần Toán cao cấp, giúp các em nhận thức đầy đủ về khái niệm này.

Để tìm hiểu nhận thức của SVSPT về khái niệm HSG, chúng tôi đã tiến hành khảo sát 138 sinh viên (SV) năm thứ 3 và năm thứ 4 ở Trường Đại học Sư phạm (ĐHSP) - Đại học Huế vào tháng 3-4/2016. Trong đó: Khảo sát 42 SVSPT về các khía cạnh: khái niệm HSG, các dạng biểu diễn của HSG, cách tiếp cận khái niệm

HSG; khảo sát nhận thức của 96 SVSPT về các bài toán liên quan đến HSG.

### 2. Nội dung nghiên cứu

#### 2.1. Nhận thức của sinh viên Sư phạm Toán Trường Đại học Sư phạm - Đại học Huế về khái niệm hệ số góc

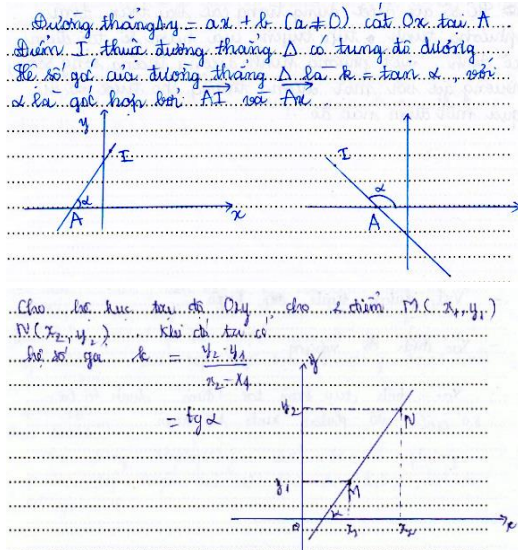
Kết quả khảo sát cho thấy, có 4 cách hiểu về khái niệm HSG tiêu biểu trong nhận thức của SVSPT ở Trường ĐHSP - Đại học Huế được mô tả ở bảng sau (xem *bảng 1*):

*Bảng 1. Nhận thức của SVSPT ở Trường ĐHSP - Đại học Huế về khái niệm HSG*

Mô tả	Số lượng SV (42)	Tỉ lệ (%)
HSG của đường thẳng $d$ là giá trị $\tan \alpha$ với $\alpha$ là góc được tạo bởi đường thẳng $d$ và trục $Ox$	33	78,5
HSG của tiếp tuyến đồ thị hàm số tại một điểm (thuộc đồ thị hàm số) là đạo hàm của hàm số tại điểm đó	2	4,8
Cho hệ trục $Oxy$ , hai điểm $M(x_1; y_1), N(x_2; y_2)$ , HSG $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1} = \tan \alpha$ , với $\alpha$ là góc hợp bởi đường thẳng $d$ và trục hoành	5	11,9
HSG là tỉ số của số gia hàm số và số gia của biến số	2	4,8

Đa số SVSPT (chiếm 78,5%) ở Trường ĐHSP - Đại học Huế hiểu khái niệm HSG của đường thẳng theo nghĩa là  $\tan \alpha$  của góc hợp bởi trục hoành và đường thẳng, với

$\alpha$  là góc tạo bởi trục hoành và đường thẳng mà không nhấn mạnh đây là góc định hướng của trục hoành và đường thẳng đang xét. Vì góc giữa hai đường thẳng là góc nhọn nên cách hiểu này của SV dẫn đến quan niệm sai lầm về HSG trong trường hợp góc định hướng hợp bởi trục hoành và đường thẳng là góc tù. Hình 1 dưới đây cho thấy sự nhầm lẫn của SV về khái niệm HSG:



Hình 1. Hình ảnh khái niệm HSG trong nhận thức của SV

Sai sót phổ biến trong định nghĩa khái niệm về HSG của SVSPT ở Trường ĐHSP - Đại học Huế là do chưa phân biệt rõ góc định hướng giữa hai đường thẳng và góc giữa hai đường thẳng.

**2.2. Nhận thức của sinh viên sư phạm Toán Trường Đại học Sư phạm - Đại học Huế về các dạng biểu diễn của hệ số góc**

Kết quả khảo sát cho thấy có 05 loại biểu diễn HSG có trong nhận thức của SVSPT ở Trường ĐHSP - Đại học Huế, được thống kê ở bảng sau (xem bảng 2):

Bảng 2. Nhận thức của SVSPT ở Trường ĐHSP - Đại học Huế về các dạng biểu diễn của HSG

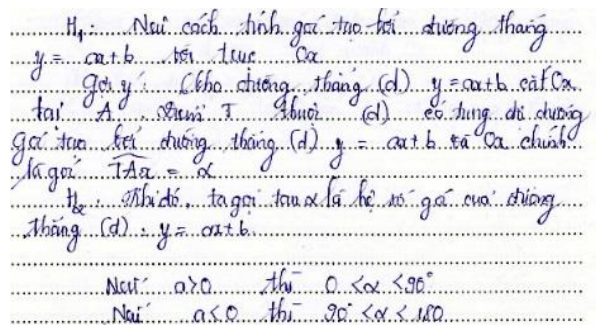
Loại	Mô tả	Số lượng SV (42)	Tỉ lệ %
Biểu diễn giải tích	HSG của tiếp tuyến đồ thị hàm số tại một điểm (thuộc đồ thị) là giá trị đạo hàm của hàm số tại điểm đó	34	81
Biểu diễn lượng giác	HSG của đường thẳng là $\tan x$ , với $x$ là góc tạo bởi đường thẳng và $Ox$	8	19

Biểu diễn tham số	HSG của đường thẳng $y = ax + b$ là $a$	21	50
Tỉ số đại số	HSG của đường thẳng $y = ax + b$ là tỉ số $k = \frac{y_2 - y_1}{x_2 - x_1}$ , với $M(x_1; y_1); N(x_2; y_2)$ là hai điểm thuộc đường thẳng đã cho	5	11,9
Chỉ số hình dạng	Đường thẳng $y = ax + b$ , có $a = 0$ thì nó song song với trục hoành	4	9,5

Bảng 2 cho thấy, biểu diễn giải tích và biểu diễn tham số là hai trong số các biểu diễn HSG phổ biến trong nhận thức của SVSPT ở Trường ĐHSP - Đại học Huế. 50% SV tham gia khảo sát đề cập đến biểu diễn tham số của HSG trong phương trình đường thẳng. Bên cạnh đó, biểu diễn đại số và chỉ số hình dạng cũng xuất hiện trong nhận thức của những SV này nhưng với tần số thấp hơn (chiếm 9,5%).

**2.3. Nhận thức của sinh viên sư phạm toán Trường Đại học Sư phạm - Đại học Huế về cách tiếp cận khái niệm hệ số góc**

Có 25/42 (chiếm 59,5%) SVSPT ở Trường ĐHSP - Đại học Huế đưa ra cách tiếp cận khái niệm HSG, tuy nhiên chỉ có 14/25 (chiếm 56%) SV trình bày cụ thể cách tiếp cận khái niệm này. Một vài SV tiếp cận khái niệm HSG theo nghĩa là hệ số  $m$  trong phương trình  $y = mx + b$  của đường thẳng. Có 11/25 SV đã mô tả cách tiếp cận khái niệm HSG một cách sơ lược (dựa vào một bài toán thực tế hoặc hình ảnh trực quan) mà không đưa ra nội dung toán học cụ thể. Cách tiếp cận khái niệm HSG của một trong số các SV tham gia khảo sát như sau (xem hình 2):



Hình 2. Tiếp cận khái niệm HSG của SVSPT ở Trường ĐHSP - Đại học Huế

Đa số SV đều biết định nghĩa khái niệm HSG được dẫn xuất từ phương trình đường thẳng  $y = mx + b$  và thấy được giá trị của đại lượng  $m$  bằng với tan của góc định hướng hợp bởi trục hoành và đường thẳng.

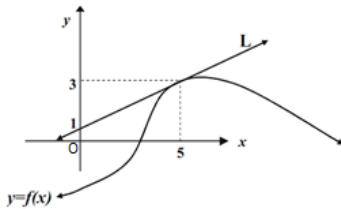
Để hiểu rõ hơn cách tiếp cận của SVSPT với các dạng biểu diễn của khái niệm HSG, chúng tôi đã phỏng vấn 5/42 (11,9%) SV tham gia khảo sát. Kết quả phỏng vấn 5 SV này cho thấy, có 02 dạng biểu diễn khái niệm HSG xuất hiện phổ biến trong nhận thức của SV là: *biểu diễn lượng giác, biểu diễn giải tích*. Đây cũng là 02 dạng biểu diễn khái niệm HSG xuất hiện khá phổ biến trong sách giáo khoa môn Toán ở phổ thông.

**2.4. Nhận thức của sinh viên sư phạm Toán ở Trường Đại học Sư phạm - Đại học Huế về các bài toán liên quan đến hệ số góc**

Nhận thức của SVSPT về các bài toán liên quan đến HSG được mô tả dựa trên thể hiện của các em đối với 05 bài toán đưa ra trong phiếu khảo sát. Dưới đây, chúng tôi phân tích cách hiểu của SV với 02 bài toán sau:

*Bài toán 1:* Đường thẳng L là tiếp tuyến của đường cong  $y = f(x)$  tại điểm  $(5; 3)$  ở hình vẽ sau (xem hình 3):

- a) Tính  $f'(5)$  theo ít nhất là hai cách.
- b) Những kiến thức toán học nào bạn có thể sử dụng để giải bài toán này? Bạn gặp bài toán này khi học nội dung nào trong chương trình phổ thông?

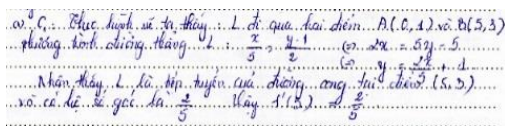


Hình 3

Các SVSPT dễ dàng nhận thấy L là tiếp tuyến của đường cong,  $f'(5)$  là HSG của tiếp tuyến và xác định

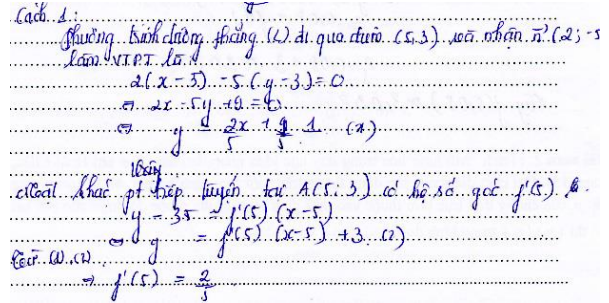
được  $f'(5) = \frac{2}{5}$  bằng nhiều cách khác nhau. Tuy nhiên,

vẫn có 12,51% SV không giải được hoặc đưa ra lời giải chưa chính xác. Có 61,45% SV tham gia nghiên cứu đã kết hợp giữa biểu diễn lượng giác và biểu diễn giải tích để đưa ra lời giải chính xác cho bài toán như sau (xem hình 4):



Hình 4. SV kết hợp giữa biểu diễn lượng giác và biểu diễn giải tích để giải toán

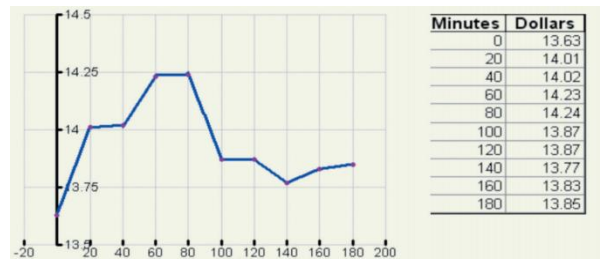
Trong đó, có 26,04% SVSPT sử dụng biểu diễn đại số và biểu diễn giải tích để giải bài toán này như cách giải sau của SV (xem hình 5):



Hình 5. Kết hợp giữa biểu diễn đại số và biểu diễn giải tích để giải Toán

Kết quả khảo sát cho thấy: hầu hết SVSPT đều nhận ra các kiến thức liên quan đến tiếp tuyến của đồ thị hàm số tại một điểm nằm trên đồ thị, phương trình của đường thẳng, tan của góc định hướng hợp giữa trục hoành và đường thẳng là những kiến thức cần thiết để giải bài toán 1. Có 54,17% SV tham gia nghiên cứu cho biết, HS có thể gặp bài toán này khi học về ý nghĩa hình học của đạo hàm, trong khi đó có 45,83% không nhận ra được khả năng xuất hiện của bài toán này trong chương trình toán ở trung học phổ thông. Như vậy, phần lớn SVSPT ở Trường ĐHSP - Đại học Huế nắm vững kiến thức về khái niệm HSG.

*Bài toán 2:* Đồ thị hàm số  $f(x)$  biểu thị giá cổ phiếu (đô la) theo từng phút kể từ lúc 9 giờ 30 sáng được cho bởi hình vẽ sau (xem hình 6):



Hình 6

- a) Hãy tìm tốc độ biến đổi giá cổ phiếu trên các khoảng  $[0; 20]$ ,  $[40; 60]$ ,  $[80; 100]$ ,  $[120; 140]$ .
- b) Trong khoảng nào thì đồ thị của  $f(x)$  có độ dốc lớn nhất?
- c) Trên những khoảng nào thì tốc độ biến đổi của giá cổ phiếu và độ dốc của đồ thị hàm số  $f(x)$  bằng nhau? Hãy so sánh tốc độ biến đổi của giá cổ phiếu với độ dốc của đồ thị hàm số  $f(x)$ .

Dữ liệu khảo sát cho thấy, hầu hết SV đều phân biệt được hai khái niệm tốc độ biến thiên và độ dốc của đồ thị hàm số. Có đến 80,21% SV đã nhận ra được tốc độ biến thiên trung bình của hàm số bằng tỉ số của số gia hàm số

và số gia biến số, độ dốc của đồ thị hàm số bằng với giá trị tuyệt đối của đại lượng này. Tuy nhiên, có 19,79% SV nhầm lẫn giữa hai khái niệm. Trong số những SV đưa ra câu trả lời chưa chính xác, có 63,15% SV cho rằng tốc độ biến đổi giá cổ phiếu trên các khoảng đã cho ở trên là một số không âm và bằng với giá trị tuyệt đối của đại lượng này. Như vậy, phần lớn SV đã nhầm lẫn giữa khái niệm tốc độ biến thiên của hàm số và độ dốc của đồ thị. Bài làm của một SV trong nhóm đã cho thấy sai lầm trong nhận thức về khái niệm tốc độ biến thiên và khái niệm độ dốc của đồ thị hàm số (xem hình 7):

$$\begin{aligned} [0, 20] &= \frac{|14,01 - 13,63|}{20} = 0,019 \\ [40, 60] &= \frac{|14,23 - 14,01|}{20} = 0,011 \\ [80, 100] &= \frac{|13,87 - 14,24|}{20} = 0,0185 \\ [120, 140] &= \frac{|13,77 - 13,87|}{20} = 0,005 \end{aligned}$$

Hình 7. Hiểu sai khái niệm tốc độ biến thiên của hàm số và độ dốc của đồ thị

Có 11/96 SV (chiếm 11,4%) đưa ra kết quả không chính xác khi cho rằng [80; 100] hoặc [120; 140] là khoảng mà đồ thị của hàm  $f(x)$  có độ dốc lớn nhất. Một số SV do hiểu không đúng về khái niệm độ dốc của đồ thị nên chưa đưa ra được lời giải chính xác cho ý b). Chỉ có 30/96 SV (chiếm 31,2%) đưa ra phần trả lời cho ý c, trong đó có 50% SV giải thích chính xác về mối liên hệ giữa tốc độ biến đổi giá cổ phiếu và độ dốc của đồ thị. Bài làm của một SV của nhóm này thể hiện sự hiểu biết đúng đắn của các em về mối liên hệ giữa tốc độ biến đổi giá cổ phiếu và độ dốc của đồ thị tương ứng (xem hình 8):

... trên những khoảng [0; 20], [20; 40], [40; 60], [60; 80], [80; 100], [100; 120], [120; 140], [140; 160] thì tốc độ biến thiên giá cổ phiếu sẽ khác nhau. Sau trên những khoảng mà tốc độ biến thiên giá cổ phiếu không âm thì tốc độ biến thiên của đồ thị hàm số sẽ là một số không âm. Ngược lại, nếu tốc độ biến thiên giá cổ phiếu là một số âm thì tốc độ biến thiên của đồ thị hàm số sẽ là một số âm.

Hình 8. Mối liên hệ giữa tốc độ biến thiên của hàm số và độ dốc của đồ thị

50% SV còn lại mắc sai lầm khi cho rằng, độ dốc của đồ thị bằng với tốc độ biến đổi giá cổ phiếu mà không chỉ ra được độ dốc của đồ thị là một chỉ số không âm nên luôn bằng giá trị tuyệt đối của tốc độ biến đổi giá cổ phiếu.

### 3. Kết luận

Từ việc phân tích nhận thức của SVSPT ở Trường ĐHSPT - Đại học Huế ở trên đã cho thấy, đa số các em có nhận thức đúng đắn về khái niệm HSG. Tuy nhiên, vẫn

còn một bộ phận SV chưa phân biệt được các dạng biểu diễn khác nhau của khái niệm HSG, dẫn đến nhầm lẫn giữa các khái niệm. Chỉ có một số dạng biểu diễn của khái niệm HSG phổ biến trong nhận thức của SV như: biểu diễn lượng giác, biểu diễn giải tích và biểu diễn tham số. Đây là 03 dạng biểu diễn xuất hiện phổ biến trong chương trình toán ở phổ thông. Điều đó cho thấy chưa có sự chuyển biến rõ rệt trong nhận thức của một số SV về khái niệm này khi họ tiếp cận với kiến thức toán cao cấp. Do vậy, trong quá trình dạy học các học phần Toán cao cấp, bên cạnh việc yêu cầu SV giải các bài toán thuần túy liên quan đến HSG, giảng viên cần tạo cơ hội cho SV tìm hiểu chương trình và phân tích sách giáo khoa để giúp các em thấy được sự phát triển của mạch kiến thức về HSG trong chương trình. Bên cạnh đó, giảng viên cần trang bị cho SV các kiến thức, nội dung chuyên biệt liên quan đến chủ đề HSG của các học phần Toán cao cấp thuộc chương trình đào tạo ở trường ĐHSPT nhằm giúp các em dạy học chủ đề HSG hiệu quả trong tương lai.

### Tài liệu tham khảo

- [1] Casey, S. A. - Nagle, C. (2016). *Students' use of slope conceptualizations when reasoning about the line of best fit*. Educational Studies in Mathematics, Vol. 92 (2), pp. 163-177.
- [2] Moore - Russo, D. - Conner, A. - Rugg, K.I (2011). *Can slope be negative in 3-space? Studying concept image of slope through collective definition construction*. Educational Studies in Mathematics, Vol. 76 (1), pp. 3-21.
- [3] Teuscher, D. - Reys, R.E (2010). *Slope, Rate of Change, and Steepness: Do Students Understand These Concepts?*. Mathematics Teacher, Vol. 103 (7), pp. 519-524.
- [4] Nagle, C. - Moore - D. Russo - J. Viglietti - K. Martin (2013). *Calculus students' and instructors' conceptualizations of slope: A comparison across academic levels*. International Journal of Science and Mathematics Education, Vol. 11 (6), pp. 1491-1515.
- [5] Stump, S. (2001). *High school precalculus students' understanding of slope as measure*. School Science and Mathematics, Vol. 101 (2), pp. 81-89.
- [6] Stump, S. (1999). *Secondary mathematics teachers' knowledge of slope*. Mathematics Education Research Journal, Vol. 11 (2), pp. 124-144.
- [7] Nguyễn Bá Kim (2006). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.