VJE Tạp chí Giáo dục, Số 438 (Kì 2 - 9/2018), tr 49-53

VẬN DỤNG QUAN ĐIỂM HOẠT ĐỘNG TRONG DẠY HỌC BÀI "GIỚI HẠN CỦA HÀM SỐ" (ĐẠI SỐ VÀ GIẢI TÍCH 11)

Lê Trường Em - Học viên Cao học Khóa 5, Trường Đại học Đồng Tháp

Ngày nhận bài: 28/03/2018; ngày sửa chữa: 10/04/2018; ngày duyệt đăng: 27/04/2018.

Abstract: The article presents some models of application of activity teaching viewpoint in lesson "the limit of a function" in algebra and analysis grade 11 subject. Thus, it makes the contribution to the formation of students' interest in learning and helps students practice their skills as well as promote their initiative, creativities by the content of lesson.

Keywords: Activity teaching viewpoint, limit of function, teacher, student.

1. Mở đầu

Trong dạy học Toán, việc áp dụng các phương pháp dạy học tích cực nhằm tích cực hóa hoạt động (HĐ) học tập của người học, trong đó giáo viên (GV) đóng vai trò tổ chức, hướng dẫn, tạo tình huống học tập, giúp học sinh (HS) kiến tạo kiến thức, rèn luyện kĩ năng, phát triển năng lực và có khả năng tự học.

Theo [1], quá trình dạy học là một quá trình điều khiển HĐ học của HS nhằm đạt được các mục tiêu dạy học. Do vậy, GV cần chú trọng đến cả những yếu tố tâm lí như: HS có sẵn sàng, hứng thú thực hiện các HĐ học tập hay không. Theo Nguyễn Bá Kim: *quan điểm HĐ trong dạy học là tổ chức cho HS học tập trong HĐ và bằng HĐ tự giác, tích cực, sáng tạo* [2; tr 77-92]. Để tổ chức dạy học hiệu quả, các HĐ của HS gồm có 4 thành tố: động cơ HĐ, các HĐ và HĐ thành phần, tri thức trong HĐ, phân bậc HĐ. Bài viết đề cập một số cách thức vận dụng quan điểm hoạt động trong dạy học bài: *Giới hạn của hàm số* (**Đại số** và **Giải tích 11**; tr 123) thông qua việc thiết kế các tình huống dạy học điển hình.

2. Nội dung nghiên cứu

2.1. Một số gợi ý khi vận dụng quan điểm hoạt động trong dạy học giới hạn của hàm số cho học sinh lớp 11

Trong quá trình dạy học Toán, tùy vào từng nội dung mà GV sẽ lựa chọn phương pháp dạy học và thiết kế các HĐ học tập phù hợp cho HS. Việc phân tích một HĐ thành các HĐ thành phần giúp GV tổ chức cho HS tiến hành các HĐ học tập ở mức độ vừa sức. Trong các HĐ học tập, kết quả đạt được ở mức độ này có thể là tiền đề để đạt được kết quả cao hơn. Do vậy, việc phân bậc HĐ theo các mức độ khác nhau giúp GV thiết kế các HĐ nhận thức tương ứng cho HS.

2.1.1. Gợi động cơ và hướng dẫn học sinh thực hiện các hoạt động học tập

GV có thể gợi động cơ từ thực tiễn hoặc từ quá trình dạy học Toán. Quá trình GV gợi động cơ không chỉ là việc phát biểu, làm cho tình huống trở nên hấp dẫn hơn mà còn tạo ra vấn đề mới có liên quan đến tình huống ban đầu nhằm phát huy tính tích cực, sáng tạo của HS. Nếu GV có phương pháp sư phạm tốt, biết cách gợi động cơ sẽ *khích lệ* tinh thần học tập, phát triển năng lực khám phá tri thức của HS. GV cần hướng dẫn cho HS tập trung khai thác trọng tâm của vấn đề để giải quyết được vấn đề đặt ra. Chẳng hạn, khi dạy học giới hạn của hàm số, GV có thể gợi động cơ mở đầu thông qua bài toán sau:

Ví dụ 1: Cho hàm số sau: $f(x)=\dfrac{3x^2-3x}{x-1}$. Chứng minh rằng: với dãy số (x_n), $x_n \neq 1$, ta luôn có: $f(x_n)\to 3$.

Thông qua những kiến thức đã học về giới hạn của dãy số, HS sẽ nhận thấy các giá trị của hàm số $f(x_n)$, với n = 1, 2, 3, 4,… cũng lập thành một dãy số. Từ đó, HS sẽ dễ dàng tìm được giới hạn của dãy số $(f(x_n))$ và đi đến khái niệm giới hạn của hàm số.

2.1.2. Tập luyện cho học sinh thực hiện các hoạt động học tập tương ứng với nội dung và mục tiêu dạy học

Mỗi HĐ của HS được gọi là tương thích với nội dung dạy học nếu nó góp phần kiến tạo hoặc củng cố, ứng dụng tri thức, rèn luyện các kĩ năng cho các em. Với mỗi nội dung dạy học, cần tìm tòi, phát hiện những HĐ tương thích với nội dung dạy học.

Trong dạy học Toán, GV có thể rèn luyện cho HS cách khái quát vấn đề, cách tách riêng các HĐ học tập khi cần thiết. Khi giải quyết vấn đề, một HĐ học tập có thể được xuất hiện như một thành phần của một HĐ khác. Mỗi nội dung dạy học thường tiềm tàng nhiều HĐ, tuy nhiên để tránh hiện tượng dàn trải, HS cần lựa chọn các HĐ tập trung cho một số mục tiêu học tập nhất định.

Để khắc sâu khái niệm giới hạn của hàm số và định lí về giới hạn hữu hạn, GV có thể giao cho HS các bài toán sau:

Email: letruongem@caolanh1.edu.vn

Ví dụ 2: Chứng minh rằng: Với mọi đa thức $p(x)$ bất kì và số thực a, ta có $\lim\limits_{x\to a} p(x) = p(a)$.

Giả sử $p(x)$ là một đa thức bậc $n \geq 0, p(x) = c_n x^n + c_{n-1}x^{n-1} + \cdots + c_1 x + c_0$. Để tìm giới hạn của hàm $p(x)$, khi $x \to a$, HS cần sử dụng khái niệm về giới hạn của hàm số và các tính chất về giới hạn hữu hạn.

Thật vậy:

$$\lim_{x\to a} p(x) = \lim_{x\to a}(c_n x^n + c_{n-1}x^{n-1} + \cdots + c_1 x + c_0)$$
$$= c_n \lim_{x\to a} x^n + c_{n-1}\lim_{x\to a} x^{n-1} + \cdots + c_1 \lim_{x\to a} x + \lim_{x\to a} c_0$$
$$= c_n a^n + c_{n-1}a^{n-1} + \cdots + c_1 a + c_0 = p(a).$$

Ví dụ 3: Cho 2 hàm số f(x) và g(x) đều có giới hạn hữu hạn. Biết rằng: $\lim\limits_{x\to a}\left[f(x)+g(x)\right] = 2$ và $\lim\limits_{x\to a}\left[f(x)-g(x)\right] = 1$. Tìm $\lim\limits_{x\to a}\left[f(x)g(x)\right]$.

Với bài toán này, HS cần sử dụng định lí về giới hạn hữu hạn phân tích giới hạn của tổng, hiệu thành các tổng, hiệu của giới hạn để giải bài toán.

Ta có: $\lim\limits_{x\to a}[f(x)+g(x)] = \lim\limits_{x\to a} f(x) + \lim\limits_{x\to a} g(x) = 2$, $\lim\limits_{x\to a}[f(x)-g(x)] = \lim\limits_{x\to a} f(x) - \lim\limits_{x\to a} g(x) = 1$.

Đặt $p = \lim\limits_{x\to a} f(x), q = \lim\limits_{x\to a} g(x)$, ta được:

$$\begin{cases} p+q=2 \\ p-q=1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p+q=2 \\ q=p-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2p=3 \\ q=p-1 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} p=\dfrac{3}{2} \\ q=\dfrac{1}{2} \end{cases}$$

Vậy, $\lim\limits_{x\to a} f(x) = \dfrac{3}{2}, \lim\limits_{x\to a} g(x) = \dfrac{1}{2}$.

Do đó, $\lim\limits_{x\to a}[f(x)g(x)] = \dfrac{3}{2}\cdot\dfrac{1}{2} = \dfrac{3}{4}$.

Như vậy, với các mục tiêu, nội dung dạy học khác nhau, HS được thực hiện các HĐ học tập tương ứng nhằm chiếm lĩnh và củng cố kiến thức.

2.1.3. Dẫn dắt học sinh kiến tạo tri thức, đặt biệt là nắm được tri thức phương pháp trong các hoạt động học tập

Có thể hiểu, tri thức phương pháp là tri thức về hệ thống các nguyên tắc, thao tác đi từ những điều kiện nhất định ban đầu tới một mục đích xác định. Hệ thống các nguyên tắc, thao tác đó được rút ra từ tri thức sự vật, tri thức về các quy luật khách quan để con người điều chỉnh hoạt động nhận thức và hoạt động thực tiễn. Tri thức phương pháp thường thể hiện theo hai dạng: *phương pháp có tính chất thuật giải* và *phương pháp có tính chất tìm đoán*.

Ví dụ 4: Tính $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x}$.

Đây là giới hạn có dạng vô định. Để giải bài toán, GV có thể hướng dẫn HS khử dạng vô định bằng cách nhân với biểu thức liên hợp để đưa về giới hạn hữu hạn như sau:

Ta có:

$$\frac{\sqrt{x+9}-3}{x} = \frac{(\sqrt{x+9}-3)(\sqrt{x+9}+3)}{x(\sqrt{x+9}+3)} = \frac{1}{\sqrt{x+9}+3}$$

Suy ra: $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+9}-3}{x} = \lim\limits_{x\to 0}\dfrac{1}{\sqrt{x+9}+3} = \dfrac{1}{6}$

Thông qua các tri thức phương pháp đã biết bằng cách nhân liên hợp, GV có thể giao cho HS giải các bài toán tương tự sau:

1) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+25}-5}{x}$

2) $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+36}-6}{x(x+1)}$

3) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x+2}-2}{x-2}$

2.1.4. Phân bậc hoạt động làm căn cứ để điều khiển quá trình dạy học

GV giao bài tập phù hợp với từng loại đối tượng HS: yếu kém, trung bình và khá giỏi để phân bậc. Đối với HS yếu, mục tiêu cần đạt được là giúp HS hoàn thiện "*lỗ hổng*" về kiến thức và kĩ năng, mức độ và yêu cầu của bài toán đưa ra vừa sức với năng lực của HS; yêu cầu của bài toán có thể phải phân bậc "*mịn*" hơn về kiến thức, tăng cường lượng bài tập cùng loại và cùng mức độ. Đối với HS khá giỏi, nội dung, mức độ và yêu cầu của bài tập cần được nâng cao hơn nhằm tạo hứng thú học tập cho HS, giúp các em khắc sâu và mở rộng tri thức.

Ví dụ 5: Khi luyện tập về phương pháp khử dạng vô định $\dfrac{0}{0}$ bằng cách nhân tử và mẫu với biểu thức liên hợp, GV có thể phân loại đối tượng HS và giao cho các em giải các bài tập toán sau:

Bài tập 1 (dành cho HS yếu, kém): Tính $\lim\limits_{x\to 0}\dfrac{\sqrt{x+4}-2}{x}$.

Bài tập 2 (dành cho HS trung bình): Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to 2}\dfrac{\sqrt{x^2-x}-\sqrt{3x-4}}{x^2-2x}$

b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{x-\sqrt{2x-1}}{x^2-12x+11}$

Bài tập 3 (dành cho HS khá, giỏi): Tính các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to 3}\dfrac{\sqrt{x+1}-\sqrt{3x-5}}{\sqrt{2x+1}-\sqrt{x+6}}$

b) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt{x}+\sqrt{x-1}-1}{\sqrt{x^2-1}}$

c) $\lim\limits_{x\to 1}\dfrac{\sqrt[3]{2x-1}-\sqrt[3]{x}}{\sqrt{x}-1}$

Trường hợp HS gặp khó khăn trong quá trình HĐ, GV có thể tạm hạ thấp yêu cầu. Sau khi HS đã đạt được mức thấp này, yêu cầu lại được tiếp tục được nâng lên.

2.2. Vận dụng quan điểm hoạt động trong dạy học bài: Giới hạn của hàm số (Đại số và Giải tích 11) ở trung học phổ thông

2.2.1. Vận dụng quan điểm hoạt động trong dạy học một số khái niệm giới hạn của hàm số

Để thiết kế các HĐ dạy học khái niệm, GV cần tổ chức cho HS theo các HĐ sau:

HĐ1: Tiếp cận khái niệm. GV sử dụng các HĐ gợi động cơ, tiếp cận khái niệm cho HS xuất phát từ thực tiễn hoặc có thể xuất phát từ nội bộ môn *Toán*.

HĐ2: Định nghĩa khái niệm. HS hình thành khái niệm, xác định khái niệm. Thực hiện HĐ ngôn ngữ, phát biểu bằng lời, mô tả, kí hiệu, hình vẽ.

HĐ3: Vận dụng khái niệm. Thông qua các HĐ nhận dạng và thể hiện, HĐ ngôn ngữ, HĐ khái quát hóa, đặc biệt hóa và hệ thống hóa, khắc sâu kiến thức thông qua các ví dụ làm nổi bật khái niệm trong bài tập đơn giản và trong những bài tập tổng hợp đòi hỏi khả năng vận dụng cao.

Khi tổ chức các HĐ học tập cho HS trong quá trình hình thành khái niệm, GV cần chú ý đến trình độ, khả năng của từng đối tượng HS và độ phức tạp của HĐ để phân bậc. Ví dụ sau minh họa cho quá trình dạy học khái niệm vận dụng quan điểm HĐ.

Ví dụ 6: Dạy học khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại một điểm.

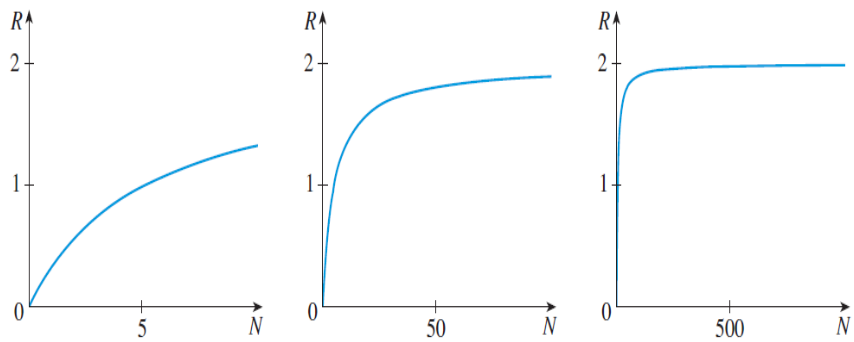
HĐ1: Tiếp cận khái niệm (theo con đường quy nạp).

i) GV đưa ra ví dụ cụ thể cho HS nắm được khái niệm giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực. Vào những năm 1930 và 1940, nhà sinh học người Pháp Jacques Monod đã tiến hành các thí nghiệm trên vi khuẩn E.coli được nuôi lớn trong một chất dinh dưỡng duy nhất, chẳng hạn như *glucose*. Nếu N biểu thị nồng độ của chất dinh dưỡng, Ông đã mô hình tỉ lệ sinh sản bình quân R của vi khuẩn như một hàm số: $R(N)=\dfrac{SN}{c+N}$ (1), trong đó c là số dương và S là mức bão hòa của chất dinh dưỡng. Hàm số $R(N)$ cho bởi phương trình (1) được gọi là *hàm tăng trưởng Monod*. Sau đó, các hàm số dạng này đã được sử dụng trong sinh hóa để mô hình hóa các phản ứng *enzyme* và được gọi là *hàm số Michaelis - Menten*.

Bài toán 1: Xét hàm tăng trưởng Monod trong trường hợp $S=2$ và $c=5$, ta được $R(N)=\dfrac{2N}{5+N}$. Tính các giá trị khi $N=5;10;50;100;500;1000;5000;10000$. Vẽ đồ thị hàm số $R(N)$ và nhận xét về hình dạng của đồ thị.

ii) GV hướng dẫn, dẫn dắt HS phân tích, so sánh và nêu bật những đặc điểm chung của các đối tượng vừa tìm được. Các giá trị được hiển thị trong bảng và đồ thị của hàm được hiển thị trên các đoạn [0;10], [0;100] và [0;1000] như trong *hình 1*.

N	5	10	50	100	500	1000	5000	10000
$R(N)$	1,0000	1,3333	1,8182	1,9048	1,9802	1,9900	1,9980	1,9990



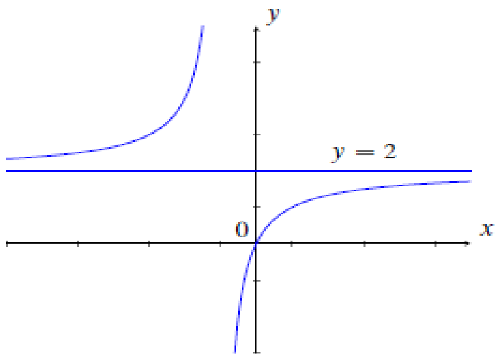
Hình 1

Ta thấy rằng, $R(N)$ là hàm số tăng mà các giá trị của chúng luôn nhỏ hơn 2 (mức độ bão hòa) nhưng tiến tới 2 khi N tăng lên. Về mặt sinh học, điều này có nghĩa là tỉ lệ sinh sản của mỗi vi khuẩn tăng lên cùng với nồng độ chất dinh dưỡng, tiến gần hơn đến 2 nhưng không vượt quá giá trị này.

HĐ2: Phát biểu định nghĩa khái niệm. Trong bài toán 1, khi N đạt đến giá trị lớn thì giá trị $R(N)$ gần hơn với 2. Để giá trị $R(N)$ dần đến 2, ta cần chọn N đủ lớn. Có thể kí hiệu $\lim\limits_{N\to+\infty} R(N) = 2$ và được gọi là giới hạn hữu hạn của hàm số tại vô cực.

HS phát biểu định nghĩa: Cho hàm số $y = f(x)$ xác định trên khoảng $(a;+\infty)$. Ta nói hàm số $y = f(x)$ có giới hạn là L khi $x \to +\infty$ nếu với dãy số (x_n) bất kì, $x_n > a$ và $x_n \to +\infty$, ta có $f(x_n) \to L$.

Trong *bài toán 1*, điều gì sẽ xảy ra nếu ta cho giá trị N giảm qua các giá trị âm vô cực? Hàm tăng trưởng Monod không có ý nghĩa nếu N là số âm, nhưng ta có thể xét một hàm số toán học tương ứng $f(x) = \dfrac{2x}{5+x}$.



Hình 2

Đồ thị của f trong *hình 2* cho thấy, các giá trị của $f(x)$ tiến tới 2 khi x giảm qua các giá trị âm (không bị chặn). Ta có thể viết $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{2x}{5+x} = 2$. HS định nghĩa giới hạn hữu hạn của hàm số tại âm vô cực, tương tự như trường hợp $x \to +\infty$.

HĐ3: Vận dụng khái niệm. Trong HĐ này, chúng tôi khai thác mức độ vận dụng cơ bản và vận dụng cao nhằm củng cố cho HS nắm vững khái niệm và biết vận dụng vào giải các bài toán thực tiễn.

Ví dụ 7 (ở mức vận dụng cơ bản): Tìm các giới hạn sau:

a) $\lim\limits_{x\to+\infty} \dfrac{1}{x}$ b) $\lim\limits_{x\to-\infty} \dfrac{1}{x}$

Ví dụ 8 (ở mức vận dụng cao): Từ bài toán 1, hãy tìm giới hạn của hàm tăng trưởng Monod $\lim\limits_{N\to+\infty} R(N)$. Có kết luận gì về tỉ lệ sinh sản của các cá thể E.coli khi nồng độ chất dinh dưỡng trở nên rất lớn.

Hướng dẫn:

HĐ3a: Chia tử và mẫu cho N, ta được $\lim\limits_{N\to+\infty} R(N) = \lim\limits_{N\to+\infty} \dfrac{2N}{5+N} = \lim\limits_{N\to+\infty} \dfrac{2}{5/N + 1}$.

HĐ3b: Áp dụng định lí về giới hạn hữu hạn, ta có: $\lim\limits_{N\to+\infty} 2 = 2$, $\lim\limits_{N\to+\infty}\left(\dfrac{5}{N}+1\right) = \lim\limits_{N\to+\infty} \dfrac{5}{N} + \lim\limits_{N\to+\infty} 1 = 1$.

Do đó, $\lim\limits_{N\to+\infty} R(N) = \dfrac{2}{1} = 2.$

HĐ3c: Ta kết luận rằng, đường thẳng $R = 2$ là đường tiệm cận ngang của hàm tăng trưởng Monod $R(N) = \dfrac{2N}{5+N}$. Tổng quát với hàm Monod được đưa ra bởi phương trình (1), tương tự ta có: $\lim\limits_{N\to+\infty} R(N) = \lim\limits_{N\to+\infty} \dfrac{SN}{c+N} = S$.

Vậy, đường thẳng $R = S$ là đường tiệm cận ngang. Về mặt sinh học, điều này có nghĩa là không có một cá thể nào có tỉ lệ sinh sản lớn hơn S và tỉ lệ này tiến tới đường tiệm cận khi nồng độ chất dinh dưỡng trở tăng cao.

2.2.2. Vận dụng quan điểm hoạt động trong dạy học một số định lí giới hạn của hàm số

Mỗi HĐ dạy học định lí sẽ gắn liền với các HĐ của GV và HS, được thực hiện theo các HĐ sau:

HĐ1: Gợi động cơ học tập định lí. GV có thể gợi động cơ học tập định lí thông qua các bài toán thực tiễn hoặc xuất phát từ nội bộ toán học. Gợi động cơ từ việc nảy sinh các nhu cầu trong thực tiễn không chỉ tạo hứng thú học tập cho HS mà còn giúp các em nắm được những ứng dụng của định lí trong cuộc sống. Đối với cách gợi động cơ này, GV đưa ra một bài toán thực tế, HS giải quyết vấn đề và khám phá ra định lí.

HĐ2: Hình thành định lí. Trong HĐ này, căn cứ vào nội dung chương trình sách giáo khoa và điều kiện dạy học cụ thể, GV có thể lựa chọn con đường tiếp cận phù hợp.

HĐ3: Vận dụng, củng cố định lí. Đối với các bài tập toán cần nâng dần mức độ khó, đảm bảo được tính phân loại. Các HĐ củng cố định lí, gồm: nhận dạng và thể hiện định lí; khuyến khích HS thay đổi hình thức phát biểu định lí nhằm phát triển khả năng diễn đạt, khả năng tư duy; các HĐ khác như khái quát hóa, đặc biệt hóa, hệ thống hóa và kĩ thuật vận dụng định lí khi giải các bài tập khác.

Ví dụ sau minh họa cho việc vận dụng quan điểm HĐ trong dạy học một số định lí về giới hạn của hàm số.

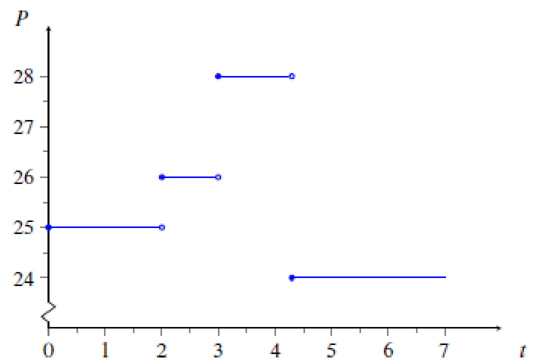
Ví dụ 9: Dạy học định lí về giới hạn một bên (định lí tồn tại giới hạn).

HĐ1: Gợi động cơ học tập định lí (xuất phát từ bài toán thực tế).

Bài toán 2: Loài chim Hoét ở Bắc Mĩ sinh sản vào mùa xuân và mỗi tổ thường có từ 3 đến 5 quả trứng. Chỉ 25% chim non sống sót trong năm đầu tiên. Biểu đồ hình bên minh họa kích thước quần thể $P(t)$ của đàn chim Hoét trong thời điểm 7 ngày đầu, trong đó t là số ngày bắt đầu từ trưa ngày 0.

a) Điều gì xảy ra tại $t=2$? Tại $t=3$? Ở giữa $t=4$ và $t=5$?

b) Tìm giá trị của các giới hạn $\lim\limits_{x\to 2^-} P(t), \lim\limits_{x\to 2^+} P(t)$, nhận xét gì về giá trị các giới hạn vừa tìm được.



Hướng dẫn: a) Từ hình trên, ta thấy rằng tại $t=2$, cá thể chim Hoét tăng thêm một (rất có thể là một con chim con nở). Tại $t=3$, có thêm hai cá thể chim non đã nở. Giữa $t=4$ và $t=5$ các cá thể chim Hoét giảm xuống 4, do đó 04 cá thể trong số chúng đã chết (có thể vì bị săn mồi);

b) Từ hình trên, ta có: $\lim\limits_{x\to 2^-} P(t) = 25$ và $\lim\limits_{x\to 2^+} P(t) = 26$, suy ra $\lim\limits_{x\to 2^-} P(t) \neq \lim\limits_{x\to 2^+} P(t)$.

HĐ2: Hình thành định lí (theo con đường suy diễn).

i) GV dẫn dắt HS suy luận, dẫn đến định lí giới hạn một bên thông qua các HĐ trí tuệ như: phân tích, so sánh, tổng hợp.

Từ *bài toán 2*, ta thấy rằng $\lim\limits_{x\to 2^-} P(t)$ và $\lim\limits_{x\to 2^+} P(t)$ là khác nhau, nên ta nói không tồn tại giới hạn $\lim\limits_{x\to 2} P(t)$ khi $x\to 2$. Vậy để giới hạn $\lim\limits_{x\to 2} P(t)$ tồn tại, cần thay đổi giá trị P(t) như thế nào? Phát biểu trong trường hợp tổng quát.

ii) Phát biểu định lí:

$$\lim_{x\to x_0} f(x) = L \Leftrightarrow \lim_{x\to x_0^-} f(x) = \lim_{x\to x_0^+} f(x) = L.$$

HĐ3: Vận dụng, củng cố định lí. Trong HĐ này, chúng tôi đưa ra các bài toán ở cả hai mức vận dụng nhằm tăng cường củng cố định lí, giúp HS khắc sâu được kiến thức và vận dụng tốt hơn khi giải bài tập.

Ví dụ 10: Chứng minh rằng:

a) $\lim\limits_{x\to 0} |x| = 0$.

b) Không tồn tại giới hạn của hàm số $f(x) = \dfrac{|x|}{x}$ khi $x\to 0$.

Ví dụ 11: Cho hàm số $B(t) = \begin{cases} 4 - \dfrac{1}{2}t, & t<2 \\ \sqrt{t+c}, & t \geqslant 2 \end{cases}$

Tìm các giá trị của c để tồn tại giới hạn hàm số $B(t)$ khi $t\to 2$.

3. Kết luận

Trong dạy học Toán ở trung học phổ thông, để quá trình dạy học đạt hiệu quả cao, cần có năng lực sư phạm, nắm vững lí luận dạy học và vận dụng tốt các phương pháp dạy học vào từng nội dung giảng dạy cụ thể. Việc vận dụng quan điểm hoạt động vào dạy học bài *Giới hạn của hàm số* (**Đại số** và **Giải tích 11**) cho HS nhằm hình thành cho các em các kĩ năng giải toán, phát huy tích cực, chủ động và sáng tạo, tạo niềm tin, hứng thú trong học tập.

Tài liệu tham khảo

[1] Lê Hồng Đức - Đào Thiện Khải - Lê Hữu Trí - Lê Bích Ngọc (2009). *Phương pháp giải toán giới hạn của hàm số*. NXB Đại học Sư phạm.

[2] Nguyễn Bá Kim (2015). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.

[3] Bộ GD-ĐT (2017). *Chương trình giáo dục phổ thông - Chương trình tổng thể.*

[4] Trần Văn Hạo - Vũ Tuấn - Đào Ngọc Nam - Lê Văn Tiến - Vũ Viết Yên (2006). *Đại số và Giải tích 11*. NXB Giáo dục Việt Nam.

[5] Nguyễn Bá Kim (2015). *Phương pháp dạy học môn Toán*. NXB Đại học Sư phạm.

[6] Lê Xuân Trường (2017). *Một số biện pháp bồi dưỡng cho sinh viên Sư phạm năng lực vận dụng lí thuyết hoạt động trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. Tạp chí Giáo dục, số 408, tr 38-40.

[7] James Stewart - Troy Day (2015). *Biocalculus: Calculus for the Life Sciences*. Cengage Learning.