

MỘT SỐ BIỆN PHÁP NÂNG CAO NĂNG LỰC TOÁN HỌC HÓA BÀI TOÁN CÓ NỘI DUNG THỰC TIỄN CHO SINH VIÊN TRONG DẠY HỌC CÁC HỌC PHẦN TOÁN CAO CẤP Ở TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP HÀ NỘI

Lê Bá Phương⁺,
Trịnh Thị Anh Đào,
Lại Đức Hùng

Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội
+ Tác giả liên hệ • Email: lebatranphuonga812@gmail.com

Article History

Received: 16/4/2020

Accepted: 03/5/2020

Published: 08/5/2020

Keywords

Hanoi University of Industry,
students, advanced
Mathematics, mathematical
competency.

ABSTRACT

Hanoi University of Industry is an application-oriented training university. The school's policy in training is to refine academic theory and strengthen practice. The paper proposes a number of measures to improve the capacity of mathematicalization of practical content problems for students in teaching advanced Math modules at Hanoi University of Industry. Teaching practice shows that these measures are feasible; the mathematical competence of students is improved and help them be more excited and active in learning to meet the training requirements of the school.

1. Mở đầu

Trong những năm gần đây, Bộ GD-ĐT đã triển khai thực hiện đổi mới phương pháp dạy học ở các trường đại học nhằm nâng cao chất lượng dạy học, trình độ chuyên môn, nghiệp vụ cho giảng viên (GV). Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội là trường đại học đào tạo theo định hướng ứng dụng. Chủ trương của Nhà trường trong đào tạo là tinh giảm lí thuyết hàn lâm, tăng cường thực hành. Đối với các môn khoa học cơ bản như Toán, Lí, cần tăng cường các tình huống thực tiễn vào nội dung giảng dạy; trong kiểm tra, đánh giá cần tập trung đánh giá năng lực vận dụng kiến thức vào việc giải quyết các tình huống thực tiễn.

Với định hướng trên, việc nâng cao năng lực toán học hóa các bài toán có nội dung thực tiễn cho sinh viên (SV) trong quá trình dạy học các học phần Toán cao cấp (TCC) ở Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội là một vấn đề cấp thiết. Bài viết đề xuất một số biện pháp nâng cao năng lực toán học hóa các bài toán có nội dung thực tiễn cho SV trong dạy học các học phần TCC ở Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Các thành tố của năng lực toán học hóa các bài toán có nội dung thực tiễn

Toán học hóa là một khái niệm được đặc trưng thông qua 05 khía cạnh sau: 1) Bắt đầu bằng một vấn đề có tình huống thực tế; 2) Tổ chức vấn đề theo các khái niệm toán học; 3) Không ngừng xem xét thực tế để chuyển thể vấn đề thực tế sang một bài toán đại diện cho tình huống; 4) Giải quyết bài toán; 5) Làm cho lời giải bài toán có ý nghĩa đối với tình huống thực tế.

Theo Phan Anh (2011), các thành tố của năng lực toán học hóa các bài toán có nội dung thực tiễn của SV gồm:

1) Năng lực thu nhận thông tin toán học từ thực tiễn (khả năng quan sát tình huống thực tiễn; khả năng liên tưởng, kết nối các ý tưởng toán học với các yếu tố thực tiễn; khả năng ước tính, dự đoán các kết quả của tình huống thực tiễn);

2) Năng lực định hướng đến các yếu tố trọng tâm của tình huống (khả năng xác định yếu tố trọng tâm của tình huống; khả năng xác lập mối quan hệ giữa các yếu tố; khả năng đánh giá mức độ phụ thuộc; khả năng loại bỏ những gì không bản chất; khả năng đặt ra bài toán có nội dung thực tiễn);

3) Năng lực sử dụng ngôn ngữ tự nhiên và ngôn ngữ toán học (gồm: khả năng diễn đạt tình huống bằng ngôn ngữ tự nhiên một cách ngắn gọn, chính xác; khả năng sử dụng ngôn ngữ toán học; khả năng diễn đạt một vấn đề dưới nhiều hình thức khác nhau);

4) Năng lực xây dựng mô hình toán học (khả năng phát hiện ra quy luật của tình huống thực tiễn; khả năng biểu diễn các yếu tố (đại lượng) thực tế bằng kí hiệu, khái niệm toán học; khả năng biểu đạt các mối quan hệ bằng các mệnh đề toán học, các biểu thức chứa biến; khả năng biểu đạt các mối quan hệ bằng đồ thị, biểu đồ; khả năng khái quát hóa các tình huống thực tiễn theo quan điểm của toán học);

5) Năng lực làm việc với mô hình toán học (khả năng giải toán trên mô hình; khả năng biến đổi mô hình toán học theo dụng ý riêng; khả năng dùng mô hình để phán đoán tình huống thực tiễn);

6) Năng lực kiểm tra, đánh giá, điều chỉnh mô hình (khả năng kiểm tra, đối chiếu kết quả; khả năng phê phán, phát hiện giới hạn của mô hình; khả năng vận dụng suy luận có lí vào việc đưa ra các mô hình toán học hóa tình huống thực tiễn và biết so sánh tìm ra mô hình hợp lí hơn (để điều chỉnh mô hình toán học).

2.2. Quan niệm về năng lực toán học hóa các bài toán có nội dung thực tiễn của sinh viên

Có thể hiểu, năng lực toán học hóa các bài toán có nội dung thực tiễn là khả năng xây dựng và giải quyết các mô hình toán học. Cốt lõi của hoạt động toán học hóa các bài toán có nội dung thực tiễn chính là việc xây dựng mô hình toán học cho bài toán đó. Có nhiều quan niệm và định nghĩa khác nhau về mô hình toán học, tuy nhiên tất cả đều hướng tới một thống nhất chung, đó là: Mô hình toán học là sự mô tả về mặt toán học (thường dùng các phương tiện mô tả như hàm số hay phương trình) đối với các hiện tượng trong thế giới thực.

Như vậy, năng lực toán học hóa các bài toán có nội dung thực tiễn là khả năng SV vận dụng những kiến thức đã học để chuyển một tình huống thực tiễn sang một mô hình toán học, giúp SV áp dụng các phép tính toán học và đưa ra những kết luận có giá trị về mặt thực tiễn.

2.3. Một số biện pháp nâng cao năng lực toán học hóa các bài toán có nội dung thực tiễn cho sinh viên Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội trong dạy học các học phần Toán cao cấp

Căn cứ vào các thành tố của năng lực toán học hóa các bài toán có nội dung thực tiễn, thực tiễn giảng dạy TCC ở Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội, chúng tôi đề xuất một số biện pháp sau:

2.3.1. Bồi dưỡng, luyện tập cho sinh viên kĩ năng đặt biến, kĩ năng biểu thị tình huống thực tiễn thông qua những biểu thức chứa biến

Có thể nói, việc đặt biến cho các yếu tố (đại lượng) và biểu thị mối liên hệ của chúng thông qua biểu thức hay hàm số là một yếu tố rất quan trọng và là cơ sở để thiết lập mô hình toán học cho các bài toán có nội dung thực tiễn. Do đó, giảng viên (GV) cần rèn luyện cho SV kĩ năng khi giải một bài toán có nội dung thực tiễn. Trước tiên, SV cần đọc và hiểu kĩ bài toán, sau đó xác định xem yếu tố nào đã biết? Những yếu tố nào cần tìm? Mối quan hệ giữa những tố đã cho và yếu tố cần tìm? Trên cơ sở đó sẽ đưa ra các kí hiệu, đặt biến thích hợp và thiết lập mối liên hệ giữa các thông tin đã cho và thông tin chưa biết, từ đó có thể tính được những yếu tố cần tìm. Với mỗi bài toán cụ thể, có thể có nhiều cách đặt biến khác nhau dẫn đến mô hình toán học sẽ khác nhau. Khi đó, cần khai thác vấn đề này bởi đây chính là cơ hội, là điều kiện để nâng cao năng lực toán học hóa các tình huống thực tiễn cho SV. Dưới đây là một số ví dụ minh họa trong dạy học bài “Ứng dụng của đạo hàm trong kinh tế và khoa học kĩ thuật” trong dạy học học phần Toán Giải tích cho SV năm thứ nhất.

Ví dụ 1: Một công ty quản lí tổ chức một khóa đào tạo quản lí với học phí là 400 đô la một người, với học phí này thì có 1000 người tham gia khóa học. Qua khảo sát thị trường, công ty nhận thấy, nếu cứ giảm giá 5 đô la thì sẽ có thêm 20 người tham gia khóa học. Công ty phải định giá học phí khóa học là bao nhiêu để thu được doanh thu lớn nhất? Doanh thu lớn nhất là bao nhiêu?

Đối với SV, công cụ toán học được sử dụng trong ví dụ này chính là quy tắc tìm giá trị lớn nhất, nhỏ nhất của hàm số. Do vậy, để giải quyết được bài toán, SV cần xác định được hàm doanh thu, đưa ra mô hình toán học. Sau khi đưa ra bài toán, GV yêu cầu SV đọc, phân tích kĩ dữ liệu của bài toán và xác định xem đặt biến cho đại lượng biến thiên nào để xây dựng (biểu diễn) được hàm doanh thu. Tiếp theo, GV đưa ra các gợi ý: Gọi x là số lần giảm giá 5 đô la, doanh thu sẽ bằng học phí cho một người nhân với số người tham gia học.

Từ đó, SV sẽ nhanh chóng biểu diễn các đại lượng thông qua các biến sau: Học phí cho một người là $400 - 5x$, số người tham gia là $1000 + 20x$, doanh thu $R(x) = (400 - 5x)(1000 + 20x)$. Khi đó, SV sẽ xác định được mô hình toán học là: Tìm giá trị lớn nhất của hàm doanh thu $R(x) = (400 - 5x)(1000 + 20x)$, với điều kiện $0 \leq x \leq 80$.

Với mô hình toán học này, SV sẽ tìm được giá trị lớn nhất của $R(x)$ là 422,500 khi $x = 15$. Từ đó dẫn đến kết luận: Nếu công ty đưa ra mức học phí là 325 đô la thì doanh thu lớn nhất là 422,500 đô la.

GV cần giúp SV nhận thấy, tình huống thực tiễn trong ví dụ 1 có thể đặt biến thông qua một đại lượng khác nên sau khi SV đã xây dựng được mô hình như trên, GV cần yêu cầu SV biểu diễn hàm doanh thu và xây dựng mô hình toán học theo hướng: Gọi x là số người tham gia khóa học. Với tác động này, SV dễ dàng nắm được, doanh thu bằng học phí nhân với số người tham gia khóa học nên cần xác định được hàm giá. Thông qua suy luận, SV sẽ tìm được hàm giá và xây dựng được mô hình toán học như sau:

Gọi x là số người tham gia khóa học thì $x - 1000$ là số người tăng thêm. Nếu tăng 20 người thì giá sẽ giảm 5 đô la, suy ra mỗi người thêm vào thì giá sẽ giảm là $\frac{1}{20} \cdot 5 = \frac{1}{4}$. Do vậy, hàm giá

$$p(x) = 400 - \frac{1}{4}(x - 1000) = 650 - \frac{1}{4}x, \text{ hàm doanh thu } R(x) = x \cdot p(x) = 650x - \frac{1}{4}x^2.$$

Mô hình toán học là: Tìm giá trị lớn nhất của hàm $R(x) = 650x - \frac{1}{4}x^2$, với $x > 0$.

Ví dụ 2: Một vòi nước chảy vào một cái bồn hình bán cầu có đường kính 60cm với tốc độ 2 lít trên phút. Tìm tốc độ tăng của mực nước trong bồn khi nó đầy một nửa.

Đây là dạng bài tập tính tốc độ tương đối. Đối với loại bài tập này, SV đã được trang bị phương pháp giải chung, đó là, để tính tốc độ biến thiên của một đại lượng theo tốc độ biến thiên của một đại lượng khác, cần thiết lập được phương trình (biểu thức) biểu thị mối liên hệ giữa hai đại lượng đó, rồi sử dụng quy tắc tính đạo hàm của hàm hợp theo biến thời gian trên nền tảng của lý thuyết: Nếu $y = f(t)$ thì $f'(t)$ sẽ cho chúng ta biết tốc độ tăng lên của y theo t .

Đối với bài toán ở ví dụ 2 này, hoạt động đầu tiên, GV yêu SV xác định các thông tin đã biết và thông tin cần tìm.

Thông tin đã biết: Tốc độ tăng của thể tích nước là $2000 \text{ cm}^3/\text{phút}$.

Thông tin cần tìm: Tốc độ tăng của chiều cao của nước tại thời điểm bồn đầy một nửa.

Tiếp theo, GV đưa ra một số kí hiệu gợi ý và biểu diễn bằng hình ảnh (xem hình 1) để định hướng cho SV xây dựng được biểu thức liên hệ giữa tốc độ tăng của thể tích nước và tốc độ tăng của chiều cao của nước. Cụ thể: Gọi V là thể tích của nước có trong bồn tại thời điểm t phút và h là mực nước trong bồn (chiều cao của nước) tại thời điểm t phút ($0 < h \leq 30$). Vì V , h thay đổi theo thời gian t nên V và h là các hàm số theo biến t ($V = V(t)$; $h = h(t)$). $V'(t)$ là tốc độ tăng của thể tích nước theo t , $h'(t)$ sẽ là tốc độ tăng của chiều cao của nước theo t .

Bài toán cho biết $V'(t) = 2000 \text{ cm}^3/\text{phút}$ (1 lít = 1000 cm^3) và yêu cầu tính $h'(t)$ khi bồn đầy một nửa.

Trên cơ sở gợi ý đặt biến cho các yếu tố và phân tích dữ liệu như trên, GV yêu cầu SV đưa ra mô hình toán học của bài toán có nội dung thực tiễn đã cho. Với sự trợ giúp của GV và kiến thức tích lũy được, SV sẽ tiến hành triển khai hoạt động này và kết quả được mong đợi như sau: Sử dụng công thức tính thể tích của khối chỏm cầu bán kính R , ta có:

$$V = \pi \left(Rh^2 - \frac{h^3}{3} \right) = \pi \left(30 \cdot h^2 - \frac{h^3}{3} \right)$$

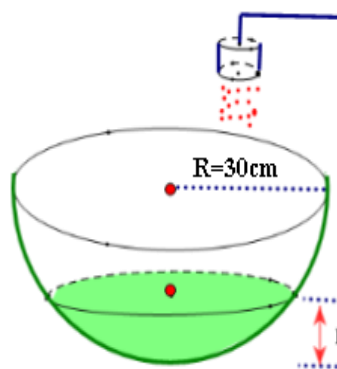
$$\text{Lấy đạo hàm hai vế, ta có: } V' = \pi (60 \cdot h \cdot h' - h^2 \cdot h') \quad (1).$$

Biểu thức (1) chính là biểu thức biểu thị mối liên hệ giữa tốc độ tăng của thể tích nước và tốc độ tăng của chiều cao của nước.

Mô hình toán học là: Tính $h'(t)$, biết $V'(t) = \pi [60 \cdot h \cdot h'(t) - h^2 \cdot h'(t)]$ và $V'(t) = 2000$, $h = 19,58$.

$$\text{Với mô hình toán học này, SV tính được } h' = \frac{2000}{\pi [60 \cdot (19,58) - (19,58)^2]}.$$

Từ đó kết luận được: Tại thời điểm nước ở trong bồn đầy một nửa so với thể tích của bồn thì tốc độ tăng lên của mực nước là: $\frac{2000}{\pi [60 \cdot (19,58) - (19,58)^2]}$ ($\text{cm}^3/\text{phút}$).



Hình 1

Sau khi giải quyết xong bài toán, GV yêu cầu SV tìm lời giải khác.

2.3.2. Từ bài toán có nội dung thực tiễn ban đầu, tạo tình huống làm xuất hiện bài toán mới

Trên cơ sở bài toán có nội dung thực tiễn đã cho, GV có thể thay đổi một số yếu tố, đặc tính có thực trong cuộc sống để tạo ra bài toán mới (hay còn gọi là biến thể) và yêu cầu SV giải quyết bài toán mới này thông qua mô hình toán học.

Việc tạo ra bài toán mới và xác lập lời giải của bài toán mới sẽ góp phần phát triển trí tuệ cho SV, đồng thời đưa toán học thâm nhập vào thực tiễn, nâng cao năng lực toán học hóa bài toán có nội dung thực tiễn cho SV.

Sau khi giải quyết xong bài toán ở ví dụ 1, GV có thể đưa ra bài toán mới:

Bài toán mới (hay còn gọi là biến thể): Một công ty đào tạo quản lí tổ chức một khóa đào tạo quản lí với học phí là 400 đô la một người, với học phí này thì có 1000 người tham gia khóa học. Qua khảo sát thị trường, công ty nhận thấy, nếu cứ giảm giá 5 đô la thì sẽ có thêm 20 người tham gia khóa học. Nhưng nếu như thế thì công ty sẽ không đáp ứng được vì thiếu giáo viên và thiếu cơ sở vật chất. Do đó, công ty dự định, cứ mỗi lần giảm giá 5 đô la sẽ chọn ngẫu nhiên 10 người trong 20 người đó để tham gia khóa học. Hỏi, với dự định đó có làm cho doanh thu của công ty tăng thêm hay không?

Trong biến thể 1 này, GV đã hạn chế số người tham gia khóa học so với nhu cầu khi thực hiện chính sách giảm học phí. GV đã đưa ra một chương ngại, buộc SV phải suy luận và biết loại bỏ những yếu tố “gây nhiễu”. Mặt khác, GV đã thay đổi câu hỏi của bài toán, SV cần hiểu rõ bản chất của vấn đề thì mới định hướng được cách giải quyết. Đóng góp lớn nhất của biến thể 1 trong việc nâng cao năng lực toán học hóa cho SV chính là ở góc độ phát triển trí tuệ và khả năng sử dụng kết quả của mô hình toán học để kết luận vấn đề thực tiễn.

Mô hình toán học và kết quả mong đợi của GV đối với SV:

Mô hình: Tìm giá trị lớn nhất của hàm doanh thu $R(x) = (400 - 5x)(1000 + 10x)$, với điều kiện $0 \leq x \leq 80$.

Kết quả: $R(x)$ đạt giá trị lớn nhất tại $x = 0$ và $R(0) = 400.000$. Do đó, nếu thực hiện dự định đó thì doanh thu của công ty sẽ bị giảm.

2.3.3. Cho sinh viên sưu tập, biên soạn, thiết kế lời giải các bài toán có nội dung thực tiễn thông qua hình thức làm việc nhóm

Sau khi SV đã giải các bài toán có nội dung thực tiễn theo từng chủ đề, GV chia lớp thành các nhóm (từ 4-5 nhóm, có chỉ định nhóm trưởng) và giao nhiệm vụ cho mỗi nhóm tìm kiếm, sưu tầm từ 3-5 bài toán có nội dung thực tiễn ứng với chủ đề vừa học, trình bày lời giải (làm slide). Sau đó, GV tổ chức cho SV báo cáo sản phẩm của mình theo lịch đã thông báo trước. Trong buổi báo cáo, mỗi nhóm sẽ cử SV đại diện lên trình chiếu và thuyết trình. Khi một nhóm báo cáo xong, GV cho SV thảo luận, nhận xét và đóng góp ý kiến, sau đó GV sẽ đánh giá và kết luận về sản phẩm của nhóm đó.

3. Kết luận

Trên cơ sở yêu cầu và nhiệm vụ dạy học các học phần TCC ở Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội, chúng tôi đã đề xuất 03 biện pháp nâng cao năng lực toán học hóa các bài toán có nội dung thực tiễn cho SV. Thực tiễn giảng dạy cho thấy, các biện pháp này có tính khả thi, năng lực toán học hóa của SV được cải thiện hơn; giúp các em hào hứng, tích cực và chủ động hơn trong học tập, đáp ứng được yêu cầu đào tạo của nhà trường.

Tài liệu tham khảo

- Bernd Meier, Nguyễn Văn Cường (2014). *Lí luận dạy học hiện đại*. NXB Đại học Sư phạm.
- Darling, Hammond, L (2006). *Constructing 21st - century teacher education*. Journal of Teacher Education, 57(3), 1-15.
- Kennedy, M. (1999). *The role of preservice teacher education*. In L. Darling - Hammond & G. Sykes (Eds.). *Teaching as the learning profession: Handbook of policy and practice* (pp. 54-85). San Francisco: Jossey-Bass.
- Kilpatrick.W.H. (1918). *The project method: The use of the purposeful act in the education process*. New York: Teachers College, Columbia University.
- Mai Văn Tinh (2016). *Phân tích so sánh khung Quốc tế về các năng lực thế kỉ XXI, gợi ý chính sách cho chương trình đào tạo Quốc gia*. NXB Đại học Thái Nguyên.
- Nguyễn Anh Tuấn, Lê Bá Phương (2014). *Tăng cường liên hệ với thực tiễn nghề nghiệp trong dạy Toán cơ bản cho sinh viên Trường Đại học Công nghiệp*. Tạp chí Khoa học, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội, số 59(1), tr 3-11.
- Phan Anh (2011). *Rèn luyện cho học sinh mô hình hóa tình huống thực tiễn bằng ngôn ngữ toán học trong dạy học Toán ở trường phổ thông*. Tạp chí Giáo dục, số 257, tr 47-49.