VJE Tạp chí Giáo dục, Số đặc biệt kì 1 tháng 5/2020, tr 131-137 ISSN: 2354-0753

DẠY HỌC GIẢI BÀI TOÁN XÁC SUẤT NHẰM PHÁT TRIỂN NĂNG LỰC MÔ HÌNH HÓA TOÁN HỌC CHO SINH VIÊN KHỐI NGÀNH KĨ THUẬT TRƯỜNG ĐẠI HỌC CÔNG NGHIỆP HÀ NỘI

Đỗ Thị Thanh

Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội
Email: thanh.cdm@gmail.com

Article History
Received: 20/3/2020
Accepted: 08/4/2020
Published: 08/5/2020

Keywords
probability, solving problems, competencies, mathematical modeling, students.

ABSTRACT
The process of teaching mathematics modules plays a major role in contributing to the formation and development of students' mathematical competencies; including many elements, among which is mathematical modeling competence. The paper presents a plan for organizing probability teaching by applying and concretizing mathematical modeling process with probability problem-solving in order to develop mathematical modeling competence for students when learning Statistical Probability at Hanoi University of Industry.

1. Mở đầu

Có thể xác định quá trình dạy học các học phần toán có vai trò to lớn trong việc góp phần hình thành và phát triển cho sinh viên (SV) năng lực toán học; bao gồm nhiều thành tố, trong đó có thành tố rất quan trọng là năng lực mô hình hoá toán học. Với nội dung phong phú, nhiều thể loại bài tập gần gũi thực tiễn, dạy học giải bài tập xác suất chứa đựng nhiều điều kiện thuận lợi cho phát triển năng lực mô hình hóa toán học (MHHTH) của SV.

Bài viết giới thiệu một phương án tổ chức dạy học xác suất bằng cách vận dụng, cụ thể hóa quy trình MHHTH với tình huống giải toán xác suất, nhằm phát triển năng lực MHHTH cho SV thông qua môn học Xác suất ở Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội cũng như một số kết quả bước đầu thu được khi tiến hành giảng dạy thực nghiệm tại 2 lớp Điện 1 - K13, Điện 2 - K13 trong học kì 2 năm học 2018-2019.

2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Tóm tắt về năng lực mô hình hóa toán học

2.1.1. Mô hình hóa toán học

2.1.1.1. Mô hình toán học

Trong các ngành khoa học kĩ thuật, kinh tế, môi trường,…, nếu sử dụng vật thực để làm thí nghiệm thì rất nguy hiểm, tốn kém và có thể không thực hiện được nên nhiều khi phải dùng *mô hình*. Qua đó, theo chúng tôi, *mô hình là vật được mô phỏng, bắt chước vật thật, được tạo ra để con người có thể hình dung được diện mạo của sự vật khách quan trong thực tế.*

Theo nhiều nhà khoa học, *mô hình toán học* là một cấu trúc toán học mô tả gần đúng đặc trưng của một hiện tượng nào đó, bao gồm các đối tượng toán học và mối quan hệ giữa các đối tượng đó.

Một số ví dụ về mô hình toán học: 1) Mô hình mô phỏng sự gia tăng dân số (sinh học); 2) Mô hình kiến trúc mạng, mô hình toán trong các phần mềm đồ họa sử dụng trong xây dựng như AutoCad, 3Ds Max,… (khoa học máy tính); 3) Mô hình quang phổ, mô hình năng lượng,… (vật lí); 4) Mô hình mô tả hành vi có lí trí của một khách hàng (kinh tế)…

2.1.1.2. Mô hình hóa toán học

Theo Lê Thị Hoài Châu (2014), "Mô hình toán học là sự giải thích bằng toán học cho một hệ thống ngoài toán học với những câu hỏi xác định mà người ta đặt ra trên hệ thống này. Quá trình MHHTH là quá trình thiết lập một mô hình toán học cho vấn đề ngoài toán học, giải quyết vấn đề trong mô hình đó rồi thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tế, cải tiến mô hình nếu cách giải quyết không thể chấp nhận".

Theo Bách khoa toàn thư mở Wikipedia, MHHTH là sự chuyển đổi trừu tượng một thực tiễn cụ thể nhằm mục đích mô tả thế giới trực giác hay thế giới đã được quan niệm hóa bằng ngôn ngữ tự nhiên. Sự chuyển đổi này được đặt dưới sự kiểm tra của tư duy logic hay tư duy toán học.

Trần Vui (2014, tr 79) đã khẳng định trong công trình *Giải quyết vấn đề thực tế trong dạy học Toán*: nói một cách ngắn gọn thì MHHTH là quá trình giải quyết những vấn đề thực tế bằng công cụ toán. Hay: MHHTH là toàn bộ quá trình chuyển đổi vấn đề thực tế sang vấn đề toán và ngược lại cùng với mọi thứ liên quan đến quá trình đó, từ bước xây dựng lại tình huống thực tế, quyết định một mô hình toán phù hợp, làm việc trong môi trường toán, giải thích đánh giá kết quả liên quan đến tình huống thực tế và đôi khi cần phải điều chỉnh các mô hình, lặp lại quá trình nhiều lần đến khi có được một kết quả hợp lí.

Theo Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán (Bộ GD-ĐT, 2018), một vài cấu trúc Toán học dùng để mô hình hóa là công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị…

2.1.1.3. Các bước của quy trình mô hình hóa toán học

Sau khi phân tích, tổng hợp một số quy trình MHHTH của các tác giả Swetz và Hartzler (1991), Kaiser và cộng sự (2011), chúng tôi cụ thể hóa *quy trình MHHTH* đối với bài toán xác suất thống kê như sau:

Bước 1: Phân tích, thu thập số liệu từ tình huống thực tiễn và nảy sinh câu hỏi thực tế → xác định vấn đề có liên quan tới công cụ toán học - xác suất thống kê.

Bước 2: Chuyển đổi ngôn ngữ thực tế sang ngôn ngữ toán học - xác suất thống kê: Xác định các tham biến, tham số và các ràng buộc giữa chúng. Phát biểu bài toán bằng ngôn ngữ toán học.

Bước 3: Dùng công cụ toán học - xác suất thống kê để giải quyết bài toán đã phát biểu.

Bước 4: Phân tích và kiểm định lại các kết quả thu được ở bước 3 để xác định mức độ phù hợp của mô hình và kết quả tính toán với vấn đề thực tế. Nếu có những chi tiết cần điều chỉnh thì trở lại bước 1. Cuối cùng là trả lời câu hỏi - giải quyết vấn đề đặt ra ban đầu.

Ví dụ: Một chi tiết máy lỗi lần lượt bị hai người A và B kiểm tra. Xác suất để người A phát hiện lỗi là 0,7. Nếu người A cho rằng chi tiết lỗi, thì xác suất người B cũng nhận định như thế là 0,8. Nếu người A cho rằng chi tiết tốt, thì xác suất người B cũng nhận định như thế là 0,4.

a) Tính xác suất để ít nhất một trong hai người A, B phát hiện ra chi tiết bị lỗi.

b) Biết chi tiết đã bị ít nhất một trong hai người phát hiện lỗi. Tính xác suất để người A phát hiện ra lỗi.

Phân tích, thu thập số liệu; xác định được mục tiêu của vấn đề	- Các số liệu đã có. - Mục tiêu cũng khá rõ ràng → Cần thiết lập mô hình phù hợp.
Phát biểu tình huống thực tế ban đầu bằng ngôn ngữ toán học	Gọi A: "Người A nhận định đúng chi tiết đó bị lỗi" B: "Người B nhận định đúng chi tiết đó bị lỗi" C: "Ít nhất một trong hai người A, B nhận định đúng chi tiết đó bị lỗi"
Giải quyết bài toán toán học	a) $P(C) = P(A \cup B) = 1 - P(\overline{A \cup B}) = 1 - P(\overline{A}\,\overline{B}) =$ $= 1 - P(\overline{A})P(\overline{B}/\overline{A}) = 1 - [1 - P(A)]P(\overline{B}/\overline{A}) = 1 - 0{,}3.0{,}4 = 0{,}88$ b) $P(A/C) = \dfrac{P(A)P(C/A)}{P(C)} = \dfrac{0{,}7.1}{0{,}88} = \dfrac{35}{44}$
Phân tích và kiểm định lại các kết quả thu được	P(C) = 88%, khả năng bỏ sót lỗi khá cao. Cần bồi dưỡng để nâng cao nghiệp vụ kiểm tra của A, B. Có thể thiết lập tình huống với mục tiêu P(C) = 95%

2.1.2. Năng lực mô hình hóa toán học

2.1.2.1. Năng lực

Các nhà khoa học đã đưa ra nhiều định nghĩa về khái niệm năng lực, chẳng hạn:

Xavier Roegiers (1996, tr 91) cho rằng: *"Năng lực là sự tích hợp các kĩ năng tác động một cách tự nhiên lên các nội dung trong một loại tình huống cho trước để giải quyết những vấn đề do tình huống này đặt ra"*.

Trong Từ điển tiếng Việt, Hoàng Phê (2003, tr 660-661) định nghĩa: "*Năng lực là phẩm chất tâm lí và sinh lí tạo cho con người khả năng hoàn thành một loại hoạt động nào đó với chất lượng cao*".

Theo Bùi Minh Hạc (1992, tr 145): *"Năng lực chính là một tổ hợp đặc điểm tâm lí của một con người (còn gọi là tổ hợp thuộc tính tâm lí của một nhân cách), tổ hợp này vận hành theo một mục đích nhất định tạo ra kết quả của một hoạt động nào đấy"*.

Trong Từ điển giáo dục học, Bùi Hiền và cộng sự (2001, tr 278-279) định nghĩa: *"Năng lực là khả năng được hình thành hoặc phát triển, cho phép một con người đạt thành công trong một hoạt động thể lực, trí lực hoặc nghề nghiệp. Năng lực là kĩ năng ứng dụng, thông hiểu, diễn tả - giao lưu và giải quyết các vấn đề. Đó là mức độ làm chủ những thao tác bắt buộc của sự thông minh như những kĩ năng trong việc quan niệm và phát triển những ý tưởng, như trí nhớ và hành trang về những kiến thức chung và chuyên biệt"*.

Các nhà khoa học cũng đã xác định cấu trúc chung của năng lực được mô tả là sự kết hợp của 4 năng lực thành phần: Năng lực chuyên môn, năng lực phương pháp, năng lực xã hội, năng lực cá thể.

2.1.2.2. Năng lực mô hình hóa toán học

Sau khi phân tích, so sánh, tổng hợp các nghiên cứu về năng lực; chúng tôi xác định *năng lực MHHTH* trước hết là sự kết hợp của *năng lực chuyên môn, năng lực phương pháp*; và có thể phát biểu: *Năng lực MHHTH là kĩ năng ứng dụng, thông hiểu, diễn tả - giao lưu và giải quyết các vấn đề liên quan đến MHHTH.*

2.1.2.3. Các trình độ của năng lực mô hình hóa toán học

Từ các nghiên cứu về MHHTH đã được nhiều nhà khoa học công bố, cùng với kinh nghiệm giáo dục chúng tôi cho rằng, có thể phân bậc năng lực MHHTH của mỗi người như sau:

Thành phần	Trình độ			
	1. Học sinh tiểu học	2. Học sinh THCS	3. Học sinh THPT	4. SV đại học
1. Xác định mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, bảng biểu, đồ thị,…) cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn	1. Lựa chọn được các phép toán, công thức số học, sơ đồ, bảng biểu, hình vẽ để trình bày, diễn đạt (nói hoặc viết) được các nội dung, ý tưởng của tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn đơn giản	1. Sử dụng được các mô hình toán học (gồm công thức toán học, sơ đồ, bảng biểu, hình vẽ, phương trình, hình biểu diễn,…) để mô tả tình huống xuất hiện trong một số bài toán thực tiễn không quá phức tạp	1. Thiết lập được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,…) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn	1. Đề xuất và thiết lập được mô hình toán học (gồm công thức, phương trình, sơ đồ, hình vẽ, bảng biểu, đồ thị,…) để mô tả tình huống đặt ra trong một số bài toán thực tiễn (Bước 1 - Bước 2)
2. Giải quyết những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập	2. Giải quyết được những bài toán xuất hiện từ sự lựa chọn trên	2. Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập	2. Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập	2. Giải quyết được những vấn đề toán học trong mô hình được thiết lập bằng những phương án khác nhau (Bước 3)
3. Thể hiện và đánh giá lời giải trong ngữ cảnh thực tế và cải tiến được mô hình nếu cách giải quyết không phù hợp	3. Nêu được câu trả lời cho tình huống xuất hiện trong bài toán thực tiễn	3. Thể hiện được lời giải toán học vào ngữ cảnh thực tiễn và làm quen với việc kiểm chứng tính đúng đắn của lời giải	3. Lí giải được tính đúng đắn của lời giải (những kết luận thu được là có ý nghĩa, phù hợp với thực tiễn hay không). Nhận biết được cách đơn giản hoá, điều chỉnh những yêu cầu thực tiễn để đưa đến bài toán giải được	3. Biết được cách đơn giản hoá, cách điều chỉnh những yêu cầu thực tiễn (xấp xỉ, bổ sung thêm giả thiết, tổng quát hoá,…) để đưa đến những bài toán giải được. Chọn được phương án tối ưu. (Bước 4)

Dạy học giải bài tập Xác suất nhằm phát triển năng lực MHHTH cho SV hướng tới mục tiêu giúp SV đạt được trình độ 4 của năng lực MHHTH đã mô tả ở trên.

2.2. Vận dụng mô hình hóa trong dạy học giải bài toán Xác xuất nhằm phát triển năng lực mô hình hóa toán học cho sinh viên Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội

2.2.1. Tình huống 1

Từ thống kê số khách trên xe buýt tại một tuyến giao thông, công ty xe buýt có bảng phân phối xác suất của X (số khách trong một chuyến xe buýt) như sau:

X	20	25	30	35	40
f_i	0,2	0,3	0,15	0,1	0,25

Nếu chi phí cho mỗi chuyến xe là 200.000đ, công ty muốn thu lãi bình quân mỗi chuyến xe 100.000đ thì cần quy định giá mỗi vé là bao nhiêu?

Giảng viên hướng dẫn SV giải quyết vấn đề:

Bước 1: - Giảng viên hỗ trợ SV thu thập và tìm hiểu thông tin: số khách trên mỗi chuyến xe là biến ngẫu nhiên X thay đổi, vì vậy tiền lãi mỗi chuyến cũng thay đổi; - SV huy động kiến thức đã biết, tìm hiểu thông tin và xác định được tiền lãi bình quân chính là kì vọng của tiền lãi, mục tiêu là 100.000đ.

Bước 2: Giảng viên giúp SV phát biểu tình huống thực tế ban đầu bằng ngôn ngữ toán học. Cụ thể là: Gọi t là giá vé nhằm đạt mục tiêu lãi bình quân 100.000đ mỗi chuyến xe, gọi Y là tiền lãi trung bình của mỗi chuyến xe, Y = tX - 200000.

Bước 3: SV chủ động sử dụng công cụ toán học để giải quyết bài toán toán học.

Ta có: EY = tEX - 200 = t(0,2.20 + 0,3.25 + 0,15.30 + 0,1.35 + 0,25.40) - 200 = 29,5t - 200000.

Vì EY = 100000 nên 29,5t - 200000 = 100000 $\Leftrightarrow$ t $\approx$ 10169,4915đ.

Bước 4: SV chủ động phân tích và kiểm định lại các kết quả thu được ở bước 3 để xác định mức độ phù hợp của mô hình và kết quả tính toán với vấn đề thực tế.

Quyết định giá vé của công ty xe buýt là: 10.170đ.

2.2.2. Tình huống 2

Thống kê về mức độ hỏng và chi phí sửa chữa của 2 loại động cơ *A* và *B*, có bảng số liệu sau:

Mức độ hỏng		1	2	3
Chi phí sửa chữa (triệu đồng/năm) của một động cơ	A	5,5	7,2	12,5
	B	6,0	7,5	10,8
Tỉ lệ hỏng (%/năm)	A	2	5	3
	B	1	4	5

Một công ty đang sử dụng 6 động cơ loại *A* và 4 động cơ loại *B*. Tính chi phí sửa chữa trung bình hàng năm cho cả hai loại động cơ trên của công ty.

Giảng viên hướng dẫn SV giải quyết vấn đề:

Bước 1: - Giảng viên hỗ trợ SV thu thập và tìm hiểu thông tin: mỗi loại động cơ có thể có nhiều mức độ hỏng (chi phí kèm theo); - SV huy động kiến thức đã biết, tìm hiểu thông tin và xác định được chi phí sửa chữa của mỗi loại động cơ là các biến ngẫu nhiên. Chi phí sửa chữa trung bình hàng năm cho cả hai loại động cơ động cơ là kì vọng của biến ngẫu nhiên.

Bước 2: Giảng viên giúp SV phát biểu tình huống thực tế ban đầu bằng ngôn ngữ toán học. Cụ thể:

Gọi X là chi phí sửa chữa của một động cơ loại A, dễ thấy X = 0; 5.5; 7,2; 12,5.

SV chủ động lập được bảng phân phối xác suất của X như sau:

X	0	5,5	7,2	12,5
P(X)	0,9	0,02	0,05	0,03

Gọi Y là chi phí sửa chữa của một động cơ loại B, dễ thấy Y = 0; 6,0; 7,5; 10,8.

SV chủ động bảng phân phối xác suất của Y như sau:

X	0	6,0	7,5	10,8
P(Y)	0,9	0,01	0,04	0,05

Bước 3: SV chủ động sử dụng công cụ toán học để giải quyết bài toán toán học.

Chi phí sửa chữa trung bình hàng năm cho cả hai loại động cơ trên của công ty là: E(6X +4Y) = 6EX + 4EY

Trong đó: EX = 0.0,9 + 5,5.0,02 + 7,2.0,05 + 12,5.0,03 = 0,845

EY = 0.0,9 + 6.0,01 + 7,5.0,04 + 10,8.0,05 = 0,9

$\Rightarrow$ E(6X + 4Y) = 8,67

Bước 4: SV chủ động phân tích và kiểm định lại các kết quả thu được ở bước 3 để xác định mức độ phù hợp của mô hình và kết quả tính toán với vấn đề thực tế.

Trả lời: Chi phí sửa chữa trung bình hàng năm cho cả hai loại động cơ trên của công ty là 8,67 (triệu đồng).

2.3. Thực nghiệm và đánh giá

Chúng tôi đã tiến hành thực nghiệm trong giảng dạy tại 2 lớp: Điện 1 - K13, Điện 2 - K13 của Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội ở học kì 2 năm học 2018-2019.

- Lớp thực nghiệm: Điện 1, 75 SV. Lớp đối chứng: Điện 2, 72 SV.
- Bài kiểm tra 15 phút, lần 1:

1) Thời điểm tiến hành: Sau khi SV học xong phần tính xác suất theo quan điểm đồng khả năng.

2) Mục tiêu: Chứng minh năng lực MHHTH của hai lớp tương đương.

3) Đề bài: Trong ví có 10 tờ 100.000 đồng và 10 tờ 200.000 đồng. Rút ngẫu nhiên 8 tờ tiền để mua hàng. Tính xác suất của biến cố A: tổng số tiền là 1.100.000 đồng.

4) Đáp án như sau:

Bước	Nội dung chính	Điểm
1	Phân tích đề bài, tìm hiểu thông tin, mục tiêu: số tờ mỗi loại tiền được rút ra	2,00
2	Gọi x là số tờ 100.000đ; y là số tờ 200.000đ đã được rút ra Điều kiện: *x*, *y* nguyên không âm. Ta có: $\begin{cases} x+y=8 \\ 100000x+200000y=1100000 \end{cases}$	
3	Giải hệ, có $x=5$; $y=3$	1,00
4	Thử lại, chấp nhận kết quả	1,00
1'	Tiếp tục phân tích đề bài, tìm hiểu thông tin, mục tiêu: tính được xác suất của biến cố A	2,00
2'	Gọi n là số phần tử của không gian mẫu (tất cả các kết quả đồng khả năng): $n=C_{20}^{8}$ Gọi *m* là số phần tử của biến cố A (số kết quả thuận lợi cho biến cố A) $\Rightarrow m=C_{10}^{5}C_{10}^{3}$	
3'	Xác suất của biến cố A là: $P(A)=\dfrac{C_{10}^{5}C_{10}^{3}}{C_{20}^{8}}=\dfrac{252.120}{125970}\approx 0,24057166$	2,00
4'	Trả lời $\dfrac{n!}{r!(n-r)!}$	1,00

5) Kết quả chấm bài kiểm tra có thể được mô tả vắn tắt như sau:

Lớp thực nghiệm: Điện 1 - K13.

X (điểm)	2	3	4	5	6	7	8	Cộng
n_i	5	7	12	17	23	10	1	n = 75

Số trung bình cộng $\overline{X}$ = 5,06; độ lệch hiệu chỉnh S_X = 1,4550.

Lớp đối chứng: Điện 2 - K13.

Y (điểm)	2	3	4	5	6	7	8	Cộng
n_i	6	7	11	16	22	9	1	n = 72

Số trung bình cộng $\overline{Y}$ = 5,0; độ lệch hiệu chỉnh S_Y = 1,5011.

- Nhận xét: Vì tỉ lệ $\dfrac{S_X}{S_Y}=\dfrac{1,4550}{1,5011}\approx 0,969$, nên có thể sử dụng T-test, với $T=\dfrac{|\overline{X_1}-\overline{X_2}|}{\sqrt{\dfrac{S_1^2}{n_1}+\dfrac{S_2^2}{n_2}}}$. Với mức ý nghĩa α = 0,05 (tức là $t_{0,025}$ = 1,96).

Giả thuyết H_0: "Sự khác nhau của hai giá trị trung bình là không có ý nghĩa thống kê". H_1: "Sự khác nhau của hai giá trị trung bình có ý nghĩa thống kê".

Ta thấy $T=\dfrac{5,06-5,000}{\sqrt{\dfrac{2,1170}{75}+\dfrac{2,2533}{72}}}=0,2409<1,96$ nên chấp nhận H_0.

- Bài kiểm tra 15 phút, lần 2:

1) Thời điểm tiến hành: Sau khi SV học xong phần Xác suất.

2) Mục tiêu: Chứng minh năng lực MHHTH của lớp thực nghiệm tốt hơn.

3) Đề bài: Có 10 SV thi Xác suất - Thống kê; trong đó có 2 SV giỏi (trả lời được 100% các câu hỏi), 3 SV khá (trả lời được 80% các câu hỏi), 5 SV trung bình (trả lời được 50% các câu hỏi). Gọi ngẫu nhiên một SV vào thi và phát đề có 4 câu hỏi (được lấy ngẫu nhiên từ 20 câu) thì SV đó trả lời được cả 4 câu hỏi. Tính xác suất để SV đó là SV khá.

4) Đáp án:

Bước	Nội dung chính	Điểm
1	Phân tích đề bài, tìm hiểu thông tin, xác định mục tiêu: tính xác suất theo công thức xác suất toàn phần - công thức Bayes.	4,00
2	Xây dựng mô hình: Gọi B: "SV trả lời được 4 câu hỏi"; A_1: "SV thuộc loại giỏi", A_2: "SV thuộc loại khá", A_3: "SV thuộc loại trung bình"; A_1, A_2, A_3 là nhóm đầy đủ.	
3	Giải bài toán xác suất: $P(B) = P(B/A_1)P(A_1) + P(B/A_2)P(A_2) + P(B/A_3)P(A_3)$ $= \frac{C_{20}^4}{C_{20}^4}0,2 + \frac{C_{16}^4 C_4^0}{C_{20}^4}0,3 + \frac{C_{10}^4 C_{10}^0}{C_{20}^4}0,5 = 0,3344$ $P(A_2/B) = \frac{P(B/A_2)P(A_2)}{P(B)} = \frac{C_{16}^4.0,3}{0,3344C_{20}^4} = 0,3370$	4,00
4	Kiểm tra kết quả, trả lời	2,00

5) Kết quả chấm bài kiểm tra có thể được mô tả vắn tắt như sau:

Lớp thực nghiệm:

X (điểm)	3	4	5	6	7	8	Cộng
n_i	2	2	20	25	11	15	n = 75

Số trung bình cộng $\overline{X}$ = 6,1467; độ lệch hiệu chỉnh S_X = 1,2487.

Lớp đối chứng:

Y (điểm)	2	3	4	5	6	7	8	Cộng
n_i	6	6	10	22	18	8	2	n = 72

Số trung bình cộng $\overline{Y}$ = 5,0; độ lệch hiệu chỉnh S_Y = 1,4822.

- Nhận xét: Vì tỉ lệ $\frac{S_X}{S_Y} = \frac{1,2487}{1,4822} \approx 0,85$, nên có thể sử dụng T-test: $T = \frac{|\overline{X}_1 - \overline{X}_2|}{\sqrt{\frac{S_1^2}{n_1} + \frac{S_2^2}{n_2}}}$. Với mức ý nghĩa α = 0,05 (tức là $t_{0,025}$ = 1,96).

Giả thuyết H_0: "Sự khác nhau của hai giá trị trung bình là không có ý nghĩa thống kê". H_1: "Sự khác nhau của hai giá trị trung bình có ý nghĩa thống kê".

Ta thấy $T = \frac{6,1467 - 5,000}{\sqrt{\frac{1,5593}{75} + \frac{2,1969}{72}}} == 5,0626 > 1,96$ nên bác bỏ H_0.

3. Kết luận

Trong quá trình tìm hiểu về năng lực MHHTH và phát triển năng lực MHHTH cho SV khối ngành Kĩ thuật, Trường Đại học Công nghiệp Hà Nội, chúng tôi đã so sánh, phân tích - tổng hợp nhiều nghiên cứu đã được các nhà khoa học công bố cùng với kinh nghiệm giảng dạy của mình và xác định: MHHTH là một năng lực quan trọng, cần được phát triển ở mọi người học toán, nhất là đối với những SV không phải chuyên ngành Toán mà chỉ học Toán như một công cụ để vận dụng trong nghề nghiệp của mình nói chung và SV khối ngành Kĩ thuật nói riêng; Năng lực MHHTH ở mỗi người có thể được phân bậc thành các trình độ từ thấp đến cao (ở đây chia thành 5 bậc). SV tốt nghiệp đại học cần thiết và có thể tới trình độ 4; Để giúp SV đạt tới trình độ 4 nói trên, giảng viên có thể huy động và sử dụng nhiều biện pháp; trong đó giảng viên dạy môn học Xác suất có nhiều điều kiện thuận lợi, bởi lẽ vốn dĩ kiến thức và phương pháp toán học trong Xác suất (cả về hình thức lẫn nội dung) đã "gắn bó trực diện" với thực tiễn; Quá trình bồi dưỡng, phát triển năng lực MHHTH thông qua hướng dẫn SV giải bài toán Xác suất có thể trải qua nhiều bước (ở đây là 4).

Vấn đề phát triển năng lực người học - nói riêng là năng lực MHHTH với SV Trường Đại học Công nghiệp cần được tiếp tục triển khai nghiên cứu cả về nội dung và cách thức thực hiện.

Tài liệu tham khảo

Bộ GD-ĐT (2018). *Chương trình giáo dục phổ thông môn Toán* (ban hành kèm theo Thông tư số 32/2018/TT-BGDĐT ngày 26/12/2018 của Bộ trưởng Bộ GD-ĐT).

Bùi Hiền, Nguyễn Văn Giáo, Nguyễn Hữu Quỳnh, Vũ Văn Tảo (2001). *Từ điển Giáo dục học*. NXB Từ điển Bách khoa.

Hoàng Phê (chủ biên, 2003). *Từ điển tiếng Việt*. NXB Đà Nẵng.

Kaiser G., Blum W., Borromeo Ferri R. & Stillman G. (eds). *Trends in Teaching and Learning of Mathematical Modelling*. International Perspectives on the Teaching and Learning of Mathematical Modelling, 1, Springer, Dordrecht. https://doi.org/10.1007/978-94-007-0910-2_1.

Lê Thị Hoài Châu (2014). *Mô hình hóa trong dạy học khái niệm đạo hàm*. Tạp chí Khoa học, số 65, 5-17, Trường Đại học Sư phạm TP. Hồ Chí Minh.

Nguyễn Cảnh Toàn (1997). *Phương pháp luận duy vật biện chứng với việc học, dạy, nghiên cứu toán học (tập 1, 2)*. NXB Đại học Quốc gia Hà Nội.

Nguyễn Cao Văn (chủ biên), Trần Thái Ninh (2002). *Lí thuyết Xác suất và Thống kê toán*. NXB Giáo dục.

Nguyễn Danh Nam (2016). *Phương pháp mô hình hóa trong dạy học môn Toán ở trường phổ thông*. NXB Đại học Thái Nguyên.

Nguyễn Danh Nam, Đào Thị Liễu (2013). *Bồi dưỡng năng lực toán học hóa tình huống thực tiễn cho học sinh thông qua dạy học chủ đề Xác suất - Thống kê*. Tạp chí Giáo dục, số đặc biệt tháng 8, tr 104-106.

Phạm Minh Hạc (1992). *Một số vấn đề về tâm lí học*. NXB Giáo dục.

Swetz, F. J., & Hartzler, J. S. (1991). *Mathematical modeling in the secondary school curriculum: A resource guide of classroom exercises*. Reston, Va: National Council of Teachers of Mathematics.

Trần Đức Chiển (chủ biên, 2017). *Bài tập Xác suất - Thống kê*. NXB Giáo dục Việt Nam.

Trần Vui (2014). *Giải quyết vấn đề thực tế trong dạy học toán*. NXB Đại học Huế.

Xavier Roegiers (1996). *Khoa sư phạm tích hợp hay làm thế nào để phát triển năng lực ở nhà trường*. NXB Giáo dục.