VJE Tạp chí Giáo dục, Số đặc biệt kì 2 tháng 5/2020, tr 90-96 ISSN: 2354-0753

PHÁT TRIỂN TƯ DUY THUẬT TOÁN CHO SINH VIÊN ĐẠI HỌC KHỐI KĨ THUẬT TRONG DẠY HỌC HÌNH HỌC HỌA HÌNH THÔNG QUA KHAI THÁC LỜI GIẢI MỘT SỐ BÀI TOÁN SỬ DỤNG PHÉP QUAY

Hoàng Văn Tài[+], **Lê Thị Thanh Hằng**
Trường Đại học Mỏ - Địa chất
+Tác giả liên hệ ● Email: taihh.mdc@gmail.com

Article History
Received: 25/4/2020
Accepted: 10/5/2020
Published: 25/5/2020

Keywords
algorithmic thinking, geometry, students, rotation.

ABSTRACT
In teaching Graphic Geometry module for college students of engineering, most of the instructors rarely use or instruct students to use the projection transformations, namely the rotation to solve the math problems. They mostly use the usual general method instead. The article exploits the solution of maths problems using rotation of a straight line, thereby helping students practise and develop algorithmic thinking for learners in solving geometry problems. In teaching Graphic Geometry for undergraduate engineering students, exploiting the rotation when solving some problems helps them to gain unique solutions, explore more different solutions for a problem, have the opportunity to train and develop algorithmic thinking through related mathematical forms.

1. Mở đầu

Có nhiều quan niệm khác nhau về tư duy thuật toán. Theo James Walden (2013), tư duy thuật toán là một hình thức của tư duy toán học, nó khác với các tư duy được thảo luận trong các tài liệu giáo dục bởi tính chặt chẽ nghiêm ngặt của nó. Theo Knuth (1985), thuật ngữ "tư duy thuật toán" đã được các nhà toán học quan tâm vào giữa những năm 1980, dẫn đến một loạt các cuộc thảo luận về tư duy thuật toán trong giảng dạy toán học và Khoa học máy tính.

Ở Việt Nam, đã có nhiều công trình nghiên cứu về thuật toán, tư duy thuật toán cũng như tầm quan trọng của tư duy thuật toán. Nguyễn Bá Kim (2015, tr 379-382): *"Để rèn luyện tư duy thuật toán, trước hết cần tập luyện cho người học thực hiện tốt những chỉ dẫn nêu trong thuật toán hoặc quy tắc tựa thuật toán, thực hiện các hoạt động theo một trình tự xác định, phù hợp với một thuật toán cho trước"*. Theo Nguyễn Bá Kim và Vũ Dương Thụy (1992), thuật toán được hiểu như một quy tắc mô tả những chỉ dẫn rõ ràng và chính xác để thực hiện một loạt các thao tác nhằm đạt được mục tiêu đề ra hay giải một lớp bài toán nhất định. Để rèn luyện tư duy thuật toán, trước hết cần tập luyện cho người học thực hiện những chỉ dẫn nêu trong thuật toán hoặc quy tắc tựa thuật toán, thực hiện các hoạt động theo một trình tự xác định, phù hợp với thuật toán cho trước.

Trong dạy học học phần Hình học họa hình cho sinh viên (SV) đại học khối Kĩ thuật, các bài toán hình học họa hình đều về hình biểu diễn định dạng, mỗi bài toán chỉ có một đáp án duy nhất Do vậy, chúng ta thường nghĩ đến việc thuật toán hóa mỗi lời giải của các bài toán hình học họa hình. Bài viết khai thác lời giải một lớp bài toán sử dụng phép quay để đưa ra bài toán tổng quát, qua đó giúp người học phát triển tư duy thuật toán trong dạy học Hình học họa hình cho SV đại học khối Kĩ thuật.

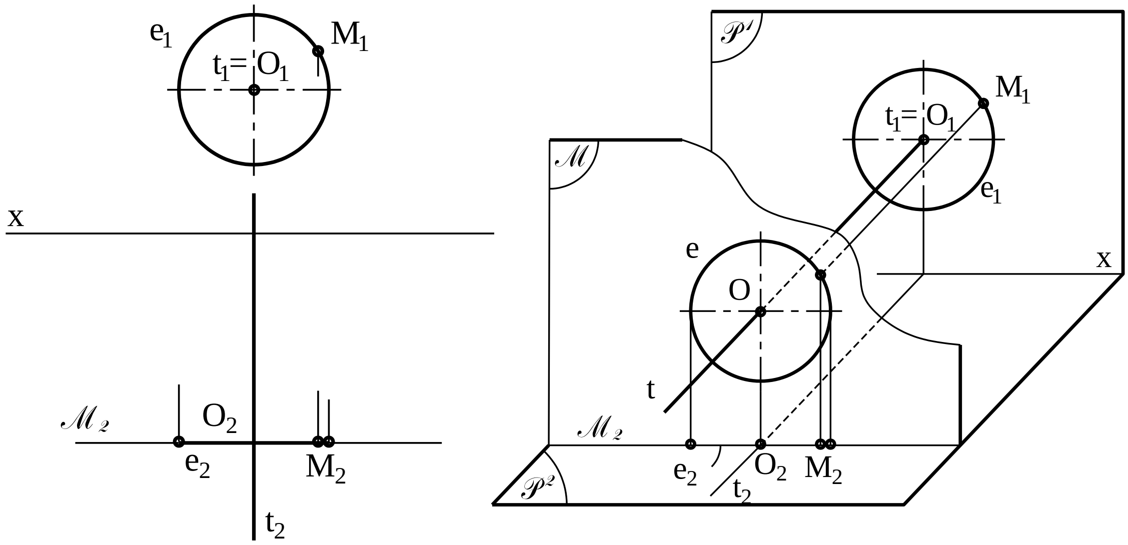
2. Kết quả nghiên cứu

2.1. Cơ sở lí thuyết về phép quay

2.1.1. Quay mặt phẳng quanh trục

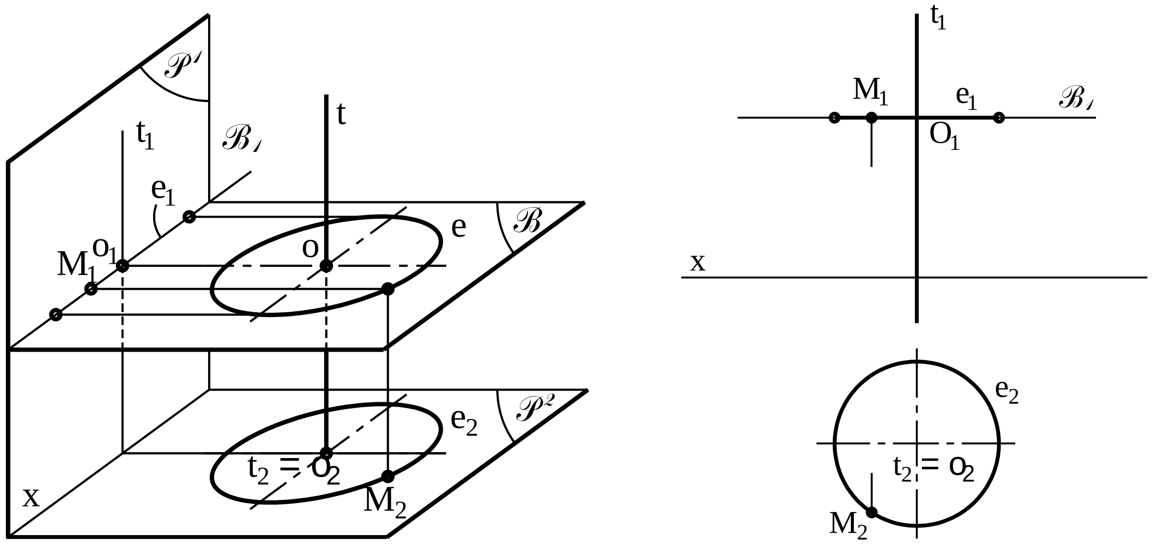
* *Trục quay là đường thẳng chiếu.*

- Trục quay là đường thẳng chiếu đứng (xem *hình 1*): Nếu điểm M quay một vòng quanh trục là đường thẳng chiếu đứng t thì M sẽ vạch lên một đường tròn e nằm trong mặt phẳng (M). Hình chiếu đứng của e là đường tròn $e_1 = e$ có tâm O_1 trùng t_1. Hình chiếu bằng của e là đoạn thẳng đi qua M_2 và song song với trục x.



Hình 1

- Trục quay là đường thẳng chiếu bằng (xem *hình 2*): Nếu điểm M quay một vòng quanh trục là đường thẳng chiếu bằng t thì M sẽ vạch lên một đường tròn e nằm trong mặt phẳng (B). Hình chiếu bằng của e là đường tròn $e_2 = e$ có tâm O_2 trùng t_2. Hình chiếu đứng của e là đoạn thẳng đi qua M_1 và song song với trục x.



Hình 2

* Trục quay là đường bằng (xem *hình 3*). Nếu điểm M quay một vòng quanh trục là đường bằng b thì M sẽ vạch lên một đường tròn nằm trong mặt phẳng chiếu bằng (Q) $\perp$ b.

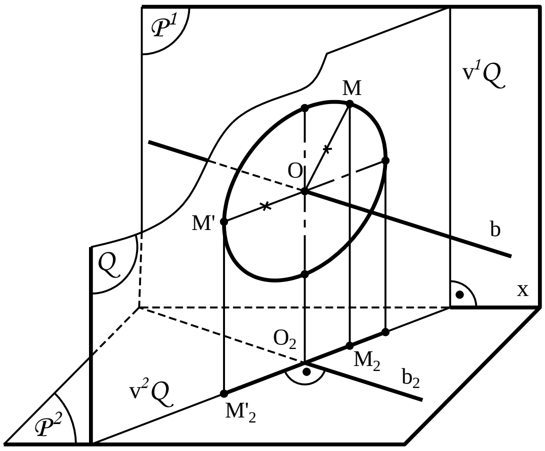
Người ta thường quay mặt phẳng R (b, M) quanh đường bằng b để R trở thành một mặt phẳng bằng. Khi đó, bán kính quay OM (OM $\perp$ b) có vị trí OM' song song với (P_2), do đó $O_2M_2' = OM$.

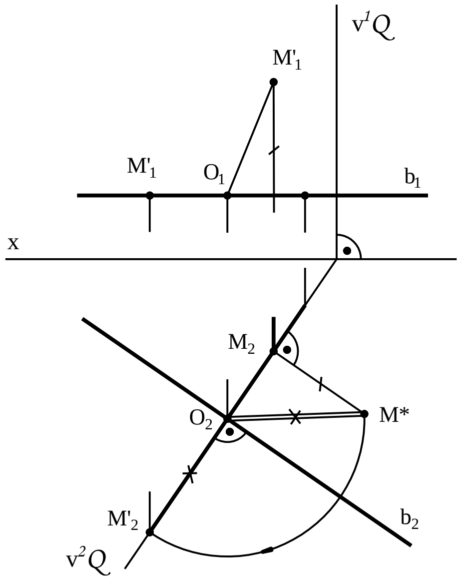
Trên hình 2, để xác định M_2', ta làm như sau:

Bước 1: Vẽ qua M_2 đường thẳng $V_Q^2 \perp b_2$, xác định O_2 là hình chiếu bằng của tâm O.

Bước 2: Tìm độ lớn thật của bán kính quay $O_2M^* = OM$.

Bước 3: Đặt trên V^2_Q đoạn thẳng $O_2M_2' = O_2M^*$; M_1' thuộc b_1.





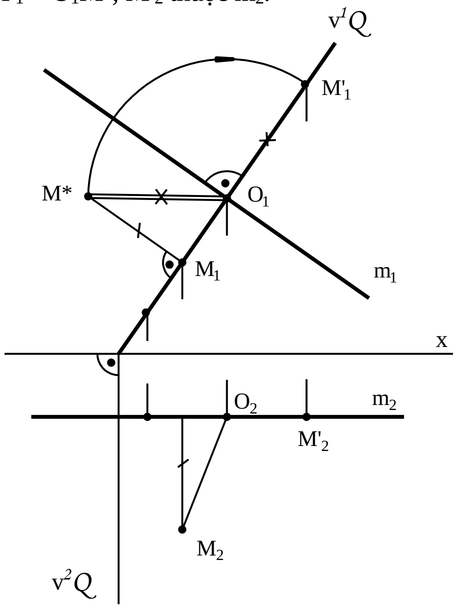
Hình 3

* Trục quay là đường mặt (xem *hình 4*). Người ta thường quay mặt phẳng (R) = (m, M) quanh đường mặt m của nó để (R) trở thành mặt phẳng mặt. Trong phép quay này, chỉ cần xác định vị trí sau khi quay của M là M'. Trên hình biểu diễn xác định M' như sau:

Bước 1: Vẽ qua M đường thẳng $V_Q^1 \perp m_1$, xác định O_1 là hình chiếu đứng của tâm quay O.

Bước 2: Tìm độ lớn thật của bán kính quay $O_1M^* = OM$.

Bước 3: Đặt trên V^1_Q đoạn thẳng $O_1M'_1 = O_1M^*$; M'_2 thuộc m_2.

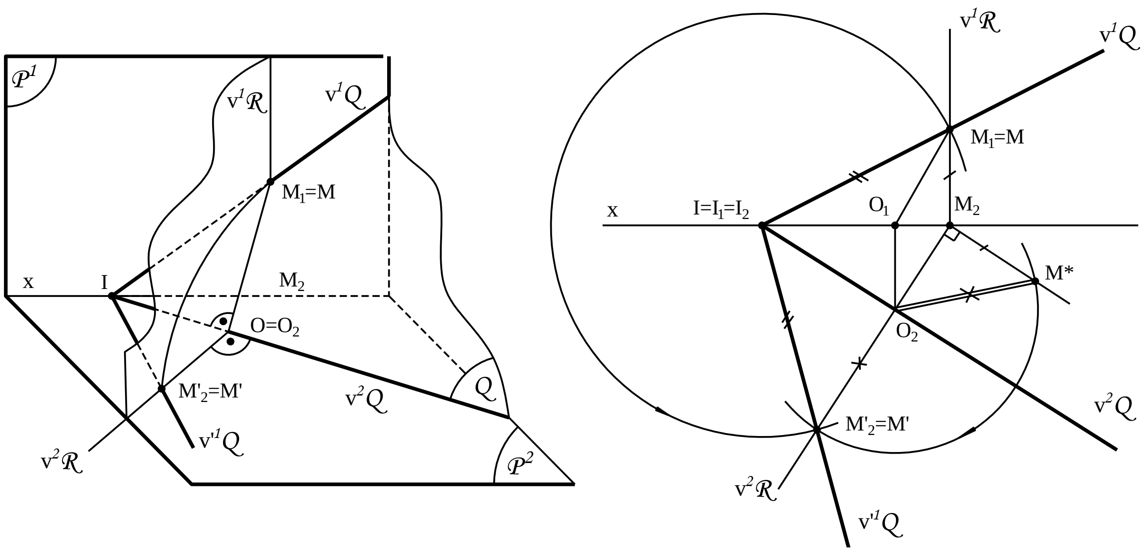


Hình 4

2.1.2. Quay mặt phẳng quanh vết của nó

Việc quay mặt phẳng quanh vết của nó nhằm đưa mặt phẳng đến vị trí mới trùng với một mặt phẳng hình chiếu nào đó, các hình thuộc mặt phẳng đã cho sẽ có độ lớn thể hiện trên mặt phẳng hình chiếu này.

* Quay mặt phẳng quanh vết bằng của nó (xem *hình 5*):



Hình 5

Quay mặt phẳng (Q) quanh vết bằng V^2_Q nhằm đưa (Q) trùng với mặt phẳng hình chiếu bằng (P^2). Trong phép quay này, vết bằng V^2_Q. Chẳng hạn M thuộc V^1_Q quay quanh V^2_Q. Tuy nhiên, vì IM thuộc (P^1) nên $IM = I_1M_1 = IM'_1$. Do đó, thay vì xác định bán kính quay O_2M^*, để xác định M'_2, ta có thể làm như sau:

Bước 1: Lấy M_1 thuộc V^1_Q, từ M_1 xác định M_2 thuộc x.

Bước 2: Qua M_2 vẽ đường $V^2_R \perp V^2_Q$

Bước 3: Xác định giao điểm M'_2 của V^2_R với cung tròn tâm I, bán kính IM_1.

2.2. Một số biện pháp phát triển tư duy thuật toán cho sinh viên đại học khối Kĩ thuật trong dạy học Hình học họa hình thông qua việc khai thác lời giải bài toán có sử dụng phép quay

2.2.1. Những biểu hiện và cơ hội phát triển tư duy thuật toán cho sinh viên đại học khối Kĩ thuật trong dạy học học phần Hình học họa hình

2.2.1.1. Cơ hội phát triển tư duy thuật toán cho sinh viên trong dạy học học phần Hình học họa hình

Thông qua quá trình giảng dạy học phần Hình học họa hình cho SV đại học khối Kĩ thuật, chúng tôi nhận thấy, học phần này ẩn tàng nhiều cơ hội để có thể phát triển tư duy thuật toán cho SV, cụ thể:

- Hầu hết các bài toán trong học phần Hình học họa hình đều có thể quy về những thuật toán, bài toán cơ bản. Bởi vậy, SV có nhiều cơ hội để thực hiện lặp đi lặp lại nhiều lần cho đến khi thành thạo những thuật toán, bài toán cơ bản đó.
- Có thể sắp xếp, phân loại, phát triển các bài toán hình học họa hình theo các mức độ từ đơn giản đến phức tạp; từ dễ đến khó; từ những thuật toán, bài toán cơ bản đến thuật toán, bài toán phức tạp hơn để thuận tiện cho việc phát triển tư duy thuật toán cho SV.
- Các bài toán trong học phần Hình học họa hình đều cần được giải quyết vấn đề theo một trình tự logic và chính xác. Đó là những thành tố cơ bản của tư duy thuật toán. Vì vậy, việc giải các bài toán trong dạy học học phần này sẽ củng cố các kiến thức cơ bản cho SV.
- Các bài toán hình học họa hình có thể giải bằng nhiều cách, trường hợp khác nhau. Những bài toán dạng này là cơ hội cho SV tham gia đề xuất nhiều thuật toán để giải.

2.2.1.2. Một số biểu hiện về sự phát triển tư duy thuật toán của sinh viên đại học khối Kĩ thuật trong dạy học học phần Hình học họa hình

Kế thừa những quan niệm, công trình nghiên cứu về tư duy thuật toán của các tác giả trong và ngoài nước, tham khảo các tài liệu (Sterneckert, 2003), (Knuth, 1985), chúng tôi cho rằng tư duy thuật toán của SV biểu hiện trong dạy học học phần Hình học họa hình thông qua các cấp độ tăng dần sau đây:

i) Thực hiện đúng những thuật toán cơ bản đã biết trong quá trình giải toán.

ii) Hình dung và biểu diễn được toàn bộ quá trình giải bài toán, giải quyết vấn đề theo sơ đồ khối, hoặc ngôn ngữ phỏng trình, hoặc viết thành chương trình thuật toán.

iii) Biết vận dụng những thuật toán đã biết trong quá trình giải toán

iv) Có thể tham gia đề xuất, thiết kế được thuật toán trong quá trình giải toán.

v) Có thể lựa chọn được thuật toán tối ưu trong nhiều thuật toán để giải quyết một vấn đề.

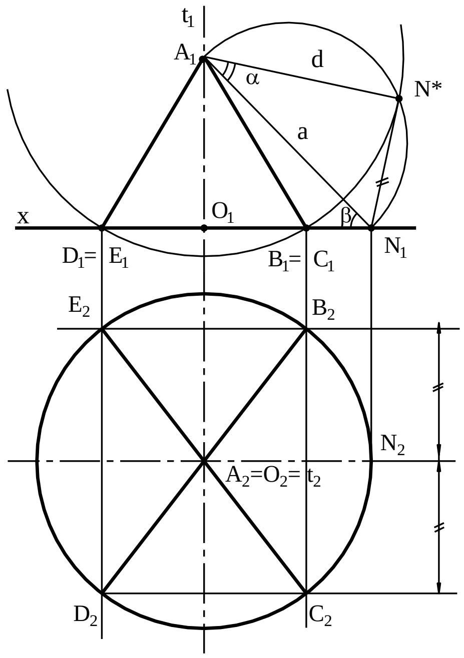
2.2.2. Một số biện pháp phát triển tư duy thuật toán cho sinh viên đại học khối Kĩ thuật trong dạy học Hình học họa hình thông qua khai thác lời giải một số bài toán sử dụng phép quay

2.2.2.1. Phân tích, chia một bài toán thành các bài toán nhỏ hơn

Hầu hết, khi giải quyết các bài toán tổng hợp hoặc có tính chất phức tạp, người học cần có cái nhìn toàn diện, xuyên suốt, từ đó nhận được vấn đề đặt ra được cấu thành từ những vấn đề, module nhỏ nào, cũng như mấu chốt để giải quyết bài toán nằm ở nút thắt nào. Khi giải các bài toán hình học họa hình, đặc biệt các bài toán nâng cao, GV có thể hướng dẫn SV phân tích, chia nhỏ bài toán vì những lí do sau: 1) Lời giải các bài toán hình học họa hình mang tính thuật toán hoặc tựa thuật toán, cần chia nhỏ để người học tìm được các thuật toán nhỏ trong tổng thể thuật toán lớn; 2) Để tìm được thuật toán, đòi hỏi SV phải có kiến thức nhất định về hình học Euclide và việc phân chia bài toán sẽ là việc làm quen thuộc với người học; 3) Hình học họa hình biểu diễn các yếu tố hình học thông qua hai hình chiếu, nếu như không chia nhỏ các vấn đề, người học sẽ gặp khó khăn trong quá trình vẽ hình biểu diễn.

Ví dụ 1: Qua điểm A, hãy vẽ đường thẳng nghiêng với (P^1) góc α và nghiêng với (P^2) góc β (xem *hình 6*).

Lời giải



Hình 6

Trước hết, để tìm tập hợp các đoạn thẳng AN nghiêng với (P^2) góc β và có N thuộc (P^2), cần:

- Dựng đoạn thẳng AN // (P^1), sao cho góc (A_1N_1, x) = β.

- Quay AN một vòng quanh trục là đường thẳng chiếu bằng t vẽ qua A. Khi đó: N vạch nên một đường tròn nằm trên (P^2), góc nghiêng (AN, (P^2)) = β không đổi, độ dài AN = A_1N_1 = a (không đổi).

Để tìm trong tập hợp các đoạn thẳng AN, đoạn AN có góc nghiêng α so với (P^1), ta vẽ tam giác vuông $A_1N^*N_1$ có cạnh huyền A_1N_1 = a và góc nhọn $N_1A_1N^*$ = α. Hình chiếu đứng của đoạn thẳng cần tìm có độ dài bằng A_1N^* = d. Giao điểm của trục x với đường tròn (A_1, d) là hình chiếu đứng của vết bằng của đoạn thẳng cần tìm. Hình chiếu bằng của vết đó nằm trên đường tròn (A_2, A_2N_2).

Để giải bài toán đã nêu, SV cần phân tích, chia bài toán thành hai bài toán nhỏ:

Bài toán 1: Xác định tất cả các đoạn AN sao cho đoạn thẳng AN nghiêng với (P^2) góc β và có điểm N thuộc (P^2). Trong bài toán này, người giải đã biết vận dụng phép quay để đưa bài toán tổng quát về bài toán đặc biệt, qua đó xác định dễ dàng các hình chiếu.

Bài toán 2: Tìm nghiệm hình thỏa mãn yêu cầu thứ hai của bài toán: Đoạn AN có góc nghiêng α so với (P[1]). Với việc vận dụng các kiến thức cơ bản trong bài toán lượng, đồng thời sử dụng kết quả đã có về phép quay ở bài toán 1, người giải đã tìm được nghiệm hình chính xác của cả bài toán.

Trong ví dụ 1, có thể thấy người học đã ở cấp độ i) và iii) xét theo khung tham chiếu về mức độ phát triển tư duy thuật toán.

2.2.2.2. Vận dụng kết hợp giữa các thuật toán cơ bản và bài toán đã biết cách giải

Ở biện pháp 2.2.2.1, giảng viên hướng dẫn SV chia nhỏ một bài toán lớn thành các module nhỏ, các module này thường là các bài toán cơ sở, cơ bản hoặc bài toán quen thuộc. Vì vậy, giảng viên cần giúp SV nhận thấy việc vận dụng kết hợp các thuật toán cơ bản, các bài toán đã biết cách giải là cần thiết, từ đó các em sẽ rèn luyện được các kĩ năng, kĩ xảo khi giải các bài toán hình học họa hình.

Ví dụ 2: Biết đường chéo BD (B_1D_1 // x) và hình chiếu đứng A_1 của đỉnh A của hình thoi ABCD. Hãy vẽ các hình chiếu còn lại của hình thoi và xác định hình thực của hình thoi đó (xem *hình 7*).

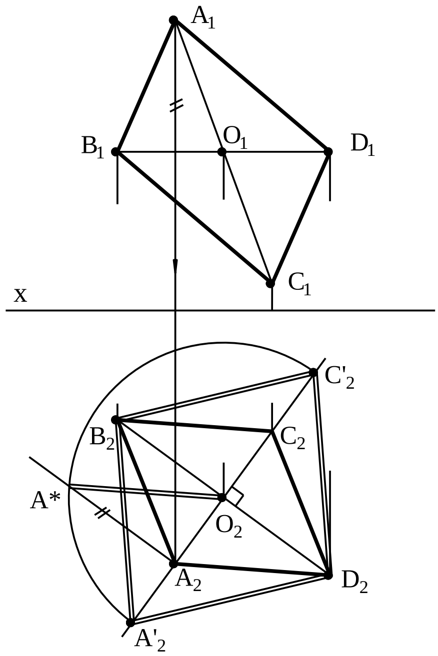
Hướng dẫn:

Vì ABCD là hình thoi nên hai đường chéo AC và BD vuông góc tại trung điểm O của mỗi đường. Vì BD là đường bằng nên $A_2C_2 \perp B_2D_2$. Từ đó, thuật toán để giải bài toán được đề xuất như sau:

Bước 1: Vẽ qua trung điểm O_2 của B_2D_2 đường vuông góc với B_2D, cắt đường dóng qua A_1 tại A_2.

Bước 2: Xác định đỉnh C nhờ tính đối xứng của A và C qua O, hoặc tính song song được bảo toàn.

Bước 3: Thực hiện quay mặt (ABCD) quanh đường bằng BD của nó sao cho mặt phẳng đó trở thành mặt phẳng bằng. Khi đó, A tới vị trí A' mà $O_2A_2' = O_2A^* = OA$, ta được $A'_2B'_2C'_2D'_2$ là hình thực của ABCD.



Hình 7

Nhận xét: Để giải ví dụ 2, người học cần: 1) Thực hiện đúng những thuật toán cơ bản đã được trang bị (cấp độ i) và iii)); 2) Phân tích bài toán, hình dung được thuật toán nhỏ trong thuật toán lớn (cấp độ ii)); 3) Đề xuất việc sử dụng phép quay để đưa bài toán về trường hợp đặc biệt, từ đó xác định được nghiệm hình của bài toán (cấp độ iv).

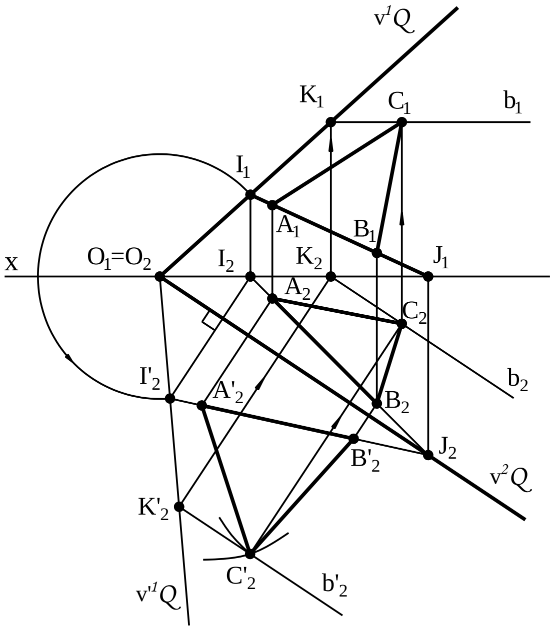
2.2.2.3. Linh hoạt vận dụng các phép quay trong từng dạng toán

Khi giải quyết một vấn đề hoặc hay giải một bài toán, thường có nhiều hướng tiếp cận để có thể tìm ra được nhiều cách giải. Tuy vậy, chỉ khi người học nắm vững kiến thức, hiểu sâu bản chất của vấn đề thì mới tìm được cách giải tối ưu. Trong quá trình giải các bài toán hình học họa hình, giảng viên cần giải thích rõ cho SV trong việc chọn trục quay như thế nào cho hợp lí đối với từng bài toán, củng cố cho các em kĩ năng sử dụng phép quay cho từng dạng toán.

Ví dụ 3: Cho hình chiếu bằng A_2B_2 của đoạn thẳng AB thuộc mặt phẳng (Q) = (V_1Q, V_2Q). Hãy vẽ các hình chiếu của tam giác đều ABC thuộc mặt phẳng (Q) (xem *hình 8*).

Hướng dẫn

- *Bước 1*: Tìm vết đứng I ($I_2 = A_2B_2$ giao x, từ I_2 tìm được I_1 thuộc V_1Q) và vết bằng J ($J_2 = A_2B_2$ giao V_2Q, từ J_2 tìm được J_1 thuộc x) của đường thẳng AB và xác định hình chiếu đứng A_1B_1 của AB.
- *Bước 2:* Quay mặt phẳng (Q) quanh vết bằng V_2Q để đưa (Q) trùng với mặt phẳng hình chiếu bằng P_2. Trong phép quay này, điểm I tới vị trí I' mà I'_2 là giao điểm của đường thẳng qua I_2 và vuông góc với V^2Q, đường tròn tâm O bán kính $OI = O_1I_1$. Vết đứng V_1Q tới vị trí V'_1Q trùng với $O_1I'_2$.



Hình 8

Nhận xét: Các bài toán ở trên hoàn toàn có thể sử dụng phép biến đổi hình chiếu để đưa về vị trí đặc biệt. Việc giải bài toán sẽ giúp người học:

1) Biết phân tích bài toán để tìm ra thuật toán giải bài toán (mức ii).
2) Vận dụng thành thạo các thuật toán cơ bản, các thuật toán đã biết trong quá trình giải bài toán (mức i) và iii).
3) Vận dụng hợp lí phép quay trong từng bài toán cụ thể.

3. Kết luận

Trong dạy học học phần Hình học họa hình cho SV đại học khối Kĩ thuật, việc khai thác phép quay khi giải một số bài toán sẽ giúp các em thu được lời giải độc đáo, tìm tòi được các hướng giải quyết khác nhau cho một vấn đề, có cơ hội rèn luyện và phát triển tư duy thuật toán thông qua các dạng toán liên quan.

Tài liệu tham khảo

Bùi Văn Nghị (1996). *Vận dụng tư duy thuật toán vào việc xác định hình để giải các bài toán Hình học không gian ở trường trung học phổ thông.* Luận án tiến sĩ, Trường Đại học Sư phạm Hà Nội.
B. Sterneckert (2003). *Critical Incident Management.* Prentice Hall.
Futschek G. (2006). *Algorithmic Thinking: The Key for Understanding Computer Science.* In Lecture Notes in Computer Science, 159-168.
Knuth D. (1985). *Algorithmic Thinking and Mathematical Thinking.* Mathematical Writing, 92(3), 170-181.
James Walden (2013). *An informatics perspective on computational thinking.* Conference Paper, Proceedings of the 18th ACM conference on Innovation and technology in computer science Education.
Nguyễn Bá Kim (2015). *Phương pháp dạy học môn Toán.* NXB Đại học Sư phạm.
Nguyễn Bá Kim, Vũ Dương Thụy (1992). *Phương pháp dạy học môn Toán* (tập 1). NXB Giáo dục.
Nguyễn Đình Điện, Đỗ Mạnh Môn (2015). *Hình học họa hình.* NXB Giáo dục Việt Nam.